

文章编号

太极计划星间激光通信测距的伪随机码选取

陈沛权^{1,2,3,4}, 邓汝杰^{1,2}, 张艺斌^{1,2}, 李磐², 齐克奇², 刘河山², 罗子人^{1,2,4*}

(1. 国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院, 浙江 杭州 310024;

2. 中国科学院力学研究所 微重力重点实验室, 北京 100190;

3. 中国科学院国家空间科学中心, 北京 100190;

4. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 太极计划拟通过扩频通信技术, 在干涉链路的基础上, 实现星间的激光通信和绝对距离测量。伪随机码的选取是设计实现通信测距系统的第一步, 需对不同的伪随机码实现原理、相关性、测距误差函数等方面进行研究对比。本文首先介绍了m序列、Gold序列与Weil序列的生成原理, 并采用不同的硬件结构和方法生成相应的伪随机序列, 采用GPS的C/A码作为Gold序列与Weil序列进行比较分析选取。在FPGA开发平台实现生成Gold序列和Weil序列的硬件电路, 分析不同硬件实现方法的优劣与资源消耗情况。后分别计算Gold序列与Weil序列的相关值及其均方根误差, 比较Gold序列与Weil序列的伪随机噪声性能。最后, 基于测距的原理和激光干涉后的码间串扰现象, 构建用于测距的误差函数, 与理想的误差函数作对比, 分析用不同伪随机码测距的优劣。数据表明: Weil序列的相关值的旁瓣值范围为-60.27dB至-24.01dB、自相关rms为0.303、互相关rms为0.307, 指标均优于Gold序列, 消耗的硬件资源为Gold序列的30%, 误差函数的偏差值更小。Weil序列更适合于太极计划的星间通信测距需求。

关键词: 空间引力波探测; 伪随机码; 激光测距; 扩频通信

中图分类号: 0439; P171.3

文献标识码: A

The selection of pseudo-random codes for inter-satellite laser ranging and data communication in the Taiji program

CHEN Pei-quan^{1,2,3,4}, DENG Ru-jie^{1,2}, ZHANG Yi-bin^{1,2}, LI Pan², QI Ke-qi², LIU

He-shan², LUO Zi-ren^{1,2,4*}

(1. Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China;

2. National Microgravity Laboratory, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

3. National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

4. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: luoziren@imech.ac.cn

Abstract: The Taiji project aims to achieve inter-satellite laser communication and absolute distance measurement through spread

收稿日期: xxxx-xx-xx; 修订日期: xxxx-xx-xx

基金项目: 国家重点研发计划资助 (No. 2021YFC2202902, 2020YFC2200104);

Supported by the National Key Research and Development Program (No. 2021YFC2202902, 2020YFC2200104);

spectrum phase modulation technology, building upon the interferometric laser link. The selection of pseudo-random codes represents the initial step in designing and implementing the ranging and communication system, requiring comprehensive research and comparison across various aspects, including the principles of implementation, correlation properties, and ranging error functions associated with different pseudo-random codes. This paper initially elucidates the generation principles of m-sequences, Gold sequences, and Weil sequences. Pseudo-random sequences are produced using various hardware structures such as Fibonacci, Galois, and register addressing. The hardware circuits for generating Gold and Weil sequences are implemented on an FPGA development platform. The GPS C/A code is employed as the Gold sequence, facilitating its comparison and analysis against the Weil sequence. An analysis is conducted on the resource consumption and complexity of different hardware implementation methods. Then, in order to compare the pseudo-random noise performance of the Gold and Weil sequences, the correlation values and root mean square errors are computed. Finally, based on the ranging principles and the inter-code interference phenomenon after laser interference, an error function for ranging is constructed. This function is then compared with the ideal error function to assess the advantages and disadvantages of using different pseudo-random codes for ranging. The data indicates that Weil sequences exhibit superior performance, with a sidelobe range of -60.27 dB to -24.01 dB, autocorrelation rms of 0.303, and cross-correlation rms of 0.307, outperforming Gold sequences in all metrics. Weil sequences also consume only 30% of the hardware resources compared to Gold sequences and exhibit a smaller deviation in the error function. Weil sequences are more suitable for the laser ranging and data communication requirements of the Taiji program.

Key words: Space gravitational wave detection; Pseudo-random code; Laser ranging; Spread spectrum communication

1 引言

中国科学院在 2016 年公布了“太极计划”，其目标是在日心轨道构建臂长为 3 百万公里的等边三角形卫星组，并基于星间激光外差干涉的原理实现对引起干涉仪光学路径长度变化的引力波信号的探测^[1]。类似的探测计划还有 Laser Interferometer Space Antenna (LISA) 和天琴计划^[2]。为了实现对微弱的引力波信号的测量，硬件系统必须将噪声水平压制到 $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}$ 以下。由于轨道运动导致的三星间干涉臂不等长的现象而带来的激光频率噪声是引力波探测过程中的最大噪声源，需利用时间延迟干涉技术 (Time Delay Interferometry, TDI) 来进行抑制^[7]。TDI 技术需要依赖于精度达到 1m 以内的星间绝对距离信息，然而由于太极计划运行在日心轨道，全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 并不能满足星间绝对距离测量需求。因此需要利用激光链路实现星间绝对距离的测量^[8]。但是由于激光在星间的长距离传播衍射以及光学平台上的损耗，发送端功率达到 2W 的激光在接收端的功率只有 100pw，再加上电子学噪声的干扰，干涉后的拍频信号的信噪比 (SNR) 极低，这会限制系统的测距精度并影响通信误码率；其次，由于相位计从激光拍频载波的相位中提取引力波科学信息，则通信测距系统对激光链路的调制操作会引入残留相位噪声，从而降低相位计的测量精度。为此，太极计划采用基于直接序列扩频 (Direct Sequence Spread Spectrum, DS/SS) 的二进制相移键控 (Binary Phase Shift Keying, BPSK) 调制方式进行星间

激光距离测量与通信。该方案的优势在于，首先，由于它通过伪随机噪声 (Pseudo-random Noise, PRN) 序列将距离测距信号的频谱扩展到更宽的频率范围内，因此它具备很强的抗干扰性，可在信噪比极低的条件下工作。其次，此项技术降低了调制操作对同一通道载波的其他科学信号的干扰。采用 0.1rad 调制深度便不会对用于科学测量的相位计引入高于预算水平的相位噪声，对应的通信测距的功率仅为光功率的 1%，节省了功率消耗^[9]。最后还可利用伪随机码来携带数据比特从而实现激光通信。

伪随机码广泛应用于星间的通信测距，最基本的伪随机码是 m 序列，它具有较好的自相关性，但是由于某些同级 m 序列之间的互相关性较差，导致 m 序列的选择性较少，因此现代通信系统较少直接使用 m 序列作为伪随机码。星间通信测距最常用的伪随机码为 Gold 序列和 Weil 序列，例如全球定位系统 (Global Positioning System, GPS) 的 C/A 码与 L1C 码分别采用 Gold 序列和 Weil 序列，北斗卫星的 B1I 信号和 B1C 信号同样分别采用 Gold 序列和 Weil 序列，只是在具体应用过程中会对生成的伪随机码进行相应的截断或增补^[15]。LISA 团队基于数值优化，利用 C 语言生成了六组伪随机码，并实现了 42cm 的测距精度和 14.6kbps 的通信速率^[11]。天琴团队基于 m 序列实现了 1.2m 的测距精度^[12]。太极计划要求激光链路用到的伪随机码组具有极低的互相关性，因此 Gold 序列和 Weil 序列相比 m 序列更适合于太极计划星间激光通信测距的实现，但这两种伪随机码的原理、

硬件生成方式大不相同, 各自适合不同的硬件平台。另外, 它们的相关性能、灵活性也有相应区别, 因此适用于特定的应用场景。在前期的工作中, 初步验证了 Weil 码用于激光通信测距的可行性, 实现了 1.6m 的电子学测距精度和 19.5kbps 的通信速率 [13]。

虽然各团队均利用不同的伪随机码初步实现了通信测距的功能, 但目前尚未系统的针对引力波探测中间激光通信测距需求, 对 Weil 码与其他常用测距码的性能进行详细比较分析。以此为出发点, 本文从原理、硬件实现、相关性能以及码间串扰后测距误差的线性度这几个方面分析 Weil 码在实现星间激光通信测距的优势。第二部分介绍星间激光通信测距的原理。第三部分阐述 Gold 序列和 Weil 序列的原理和硬件生成方式。第四部分从硬件资源消耗情况、相关性、测距误差函数的线性度这三个方面分析这两种伪随机码的优劣。

2 激光通信测距原理

2.1 激光通信测距系统总体结构

太极计划中的单个干涉臂的框图如图 1 所示。光学测量系统基于激光外差干涉技术监测由引力波信号引起的星间位移波动信息, 由于激光束长距离的衍射损失和器件损耗, 光功率从发送端的 1W 降至接收端的 100pw。各卫星将本地的伪随机码以 DSSS-BPSK 的方式调制到本地激光链路上, 并将接收到的弱光与本地激光进行拍频并利用相位计锁定到拍频载波, 从而提取出载波相位, 同时可利用拍频信号作为本地激光的控制信号以实现弱光锁相。

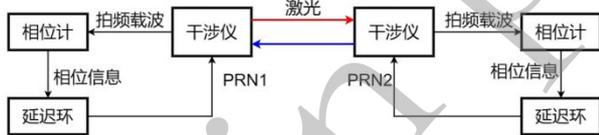


图 1 太极计划中单个干涉臂的框图

Fig.1 Block diagram of an interferometric arm in Taiji program

相位计主要任务是进行相位信号的测量, 同时由于卫星平台的功耗有限, 因此作为探测系统的辅助功能模块的通信测距系统只能用小部分的激光能量用于实现通信测距功能。由于通信的调制深度越大, 其所占用的能量便越多, 因此通信系统必须采用较低深度的调制方案^[9]。考虑到相位残留噪声会随着调制深度的增加而增大, 最终会影响科学信号的准确测量, 因此调制深度设定为 0.1rad 甚至更小, 仅利用激光功率的 1%用于实现通信测距功能。相位计跟踪锁定到干涉仪输出的拍频载波后输出的相位信息作为延迟环的输入用于通信及测距功能的实现。延迟环通过调整本地伪随机码的延迟使其对齐到输入的伪随机

码, 从而得到用于计算距离值的时间延迟和伪随机码中携带的数据比特。

太极计划三星拓扑结构的六条干涉链路均采用相同的调制方式, 在干涉仪进行激光外差干涉时便会产生码间串扰, 因此所采用的 6 组伪随机码之间的互相关性必须足够小, 才能使得被串扰后的伪随机码仍然具有非常高的自相关性。

2.2 通信测距系统的工作原理

实现通信测距功能的核心模块是延迟环 (Delay-locked Loop, DLL), 其基本原理如图 2 所示。DLL 将输入的伪随机码与本地码进行相关运算, 当积分值的绝对值超过预设的特定门槛后, DLL 便完成伪随机码的捕获过程。随后进入跟踪阶段, 利用准时、超前和滞后这三组延迟大小依次相差半个码片的积分模块来实现实时跟踪与对齐, 利用积分值可实现数据恢复和实时距离测量。准时支路的积分值的符号便代表了所传输的数据比特是 1 还是 0, 超前和滞后支路的积分值之差形成的误差信号控制 DLL 调整本地延迟, 也就是对应的距离值的大小, 以此实现通信测距功能。

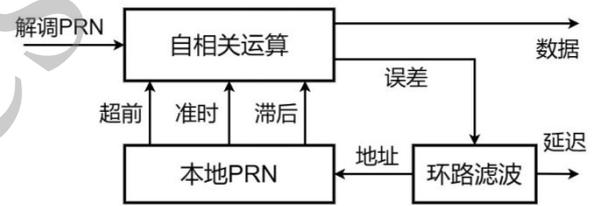


图 2 DLL 原理图

Fig.2 Principle diagram of DLL

激光通信测距功能的实现基于伪随机码的相关性, 自相关度越高, 信号捕获的准确度越高, 互相关度越高, 不同码组之间独立性也越高, 码间串扰所带来噪声在各个频段分布均匀, 其影响便接近白噪声, 使得串扰后的伪随机码依旧呈现高度的自相关性。

伪随机码 c 的自相关函数 $AutoCorr$ 在 1 点的值定义为

$$AutoCorr(c, l) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \cdot c_{i-l} \quad (1)$$

伪随机码 c 与 d 之间的互相关函数 $CrossCorr$ 在 1 点的值定义为

$$CrossCorr(c, d, l) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \cdot d_{i-l} \quad (2)$$

旁瓣能量 $SideSlobe$ 定义为

$$SideSlobe = 10 \log_{10} \frac{Corr^2}{Length^2} \quad (3)$$

其中 Corr 表示相关值大小, Length 表示序列长度。

旁瓣大小、均方根误差可作为伪随机码性能的判断标准。自相关和互相关函数的旁瓣越小,则随机性越好,这在通信中将获得更好的频谱扩充,从而具备更强的干扰性,在低信噪比环境也能实现可靠的通信功能。因此为系统选择合适的伪随机码是实现高精度激光距离测量和通信的关键。

3 伪随机码的生成

3.1 线性反馈移位寄存器 LFSR

常见的伪随机码如 m 序列、Gold 序列在硬件上主要由线性反馈移位寄存器产生, LFSR 的抽头系数由本原多项式决定,抽头系数为 1 的移位寄存器需要参与反馈和移位,抽头系数为 0 的寄存仅需进行移位操作。由于利用到反馈机制,因此各级寄存器当前的输出与之前的状态有关,即状态切换确定,而各级寄存器只能呈现有限种状态可能性,因此 LFSR 最终的输出将具有周期性,对于 n 级 LFSR,排除全 0 状态,则输出的序列的周期为 2^n-1 。LFSR 的实现结构主要有两种: Fibonacci 型和 Galois 型。下面分析两种结构的特点,并选择一种更符合太极计划星间激光通信测距需求的结构作为备选方案。

3.1.1 Fibonacci 结构

Fibonacci 型 LFSR 结构简单,本原多项式中各项的幂代表需要参与反馈的寄存器级数。以 10 级的

m 序列的生成为例,选择本原多项式为

$$P = X^{10} + X^9 + X^8 + X^6 + X^3 + X^2 + 1, \quad (4)$$

Fibonacci 型 LFSR 结构如图 3 所示,最高一级的触发器(Flip-flop, FF)作为输出端,第 10、9、8、6、3、2 级触发器的输出需进行异或操作再反馈到输入端,至少需要 3 倍的异或门的延迟时间才能反馈到输入端。Fibonacci 型反馈方式比 Galois 型更加复杂,常用于编码加密中。当级数比较高时,若存在较多反馈的抽头系数,则所需的延迟就会显著增大,在时钟频率较快情况下, FPGA 的触发器有可能无法满足建立和保存时间的要求,从而输出错误的伪随机码,因此 Fibonacci 型不适用于级数较大且工作时钟频率较快的硬件平台。

3.1.2 Galois 结构

Galois 型 LFSR 结构与 Fibonacci 型相反,将 3.1.1 节中的公式(4)再次作为本原多项式。Galois 型的 LFSR 如图 4 所示,最 1 级触发器作为输出寄存器,第 2、3、6、8、9、10 级触发器的前级输出与第 1 级进行异或操作分别作为反馈输入。显然,无论存在多少级反馈操作,均只需 1 个异或门的延迟时间,因此寄存器有充分的建立和保持时间余量。太极计划星间激光通信测距平台基于 FPGA 硬件平台实现,必须满足时序约束的要求,对寄存器的建立和保存时间有一定的要求,若基于 LFSR 产生伪随机码,则 Galois 型是更佳选择。

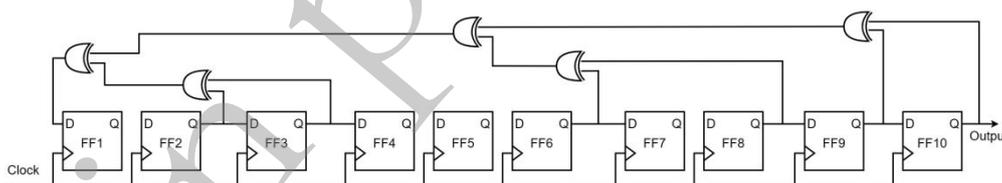


图 3 Fibonacci 型 LFSR 原理图
Fig.3 Principle diagram of Fibonacci LFSR

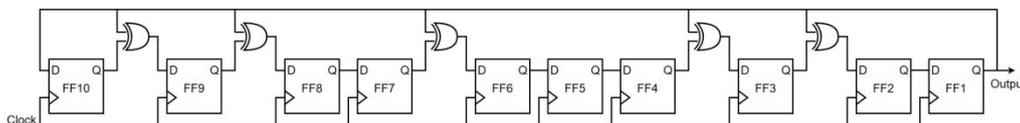


图 4 Galois 型 LFSR 原理图
Fig.4 Principle diagram of Galois LFSR

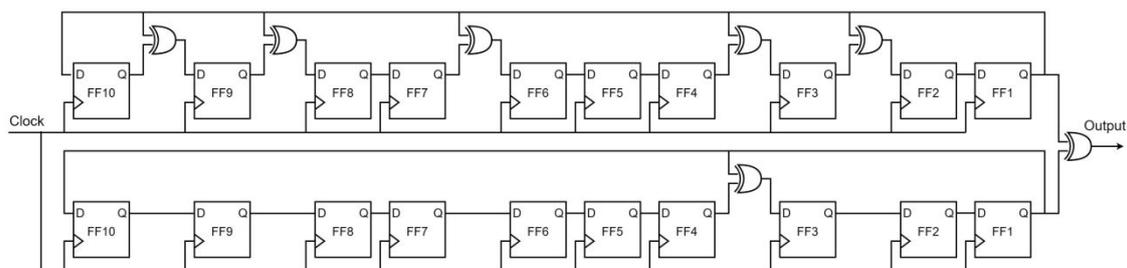


图 5 GPS 的 C/A 码原理图

Fig.5 Principle diagram of C/A code for GPS

3.2 Gold 序列生成

Gold 序列是现代通信常用的伪随机码, 为了使得相关值有界且均匀以便获得更好的相关性能, 构成 Gold 序列的 m 序列需要是优选对, 再基于优选对的移位异或产生 Gold 序列^[15]。本文以 GPS 的 C/A 码作为分析对象, 官方给出的两个 m 序列优选对本原多项式为公式(4)以及公式(5):

$$P = X^{10} + X^3 + 1, \quad (5)$$

在 FPGA 平台基于这两个本原多项式的 Galois 型 LFSR 产生 Gold 序列, 其硬件结构图如图 5 所示, 生成的 Gold 序列长度为 1023 个码片。对于级数为 n 的 LFSR, 通过改变 m 序列间的相位差可获得 $2^n - 1$ 个 Gold 序列。加上原本的两个 m 序列, 总共可得到 $2^n + 1$ 个 Gold 序列。

3.3 Weil 序列生成

一个长度为素数 N 的 Weil 序列的生成可以定义为

$$W(k; w) = L(k) \oplus L((k + w) \bmod N), \quad (6)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

其中 \bmod 为取模操作, $L(k)$ 是长度为 N 的基于二次剩余理论的勒让德序列, 两个相位差为 w 的勒让德序列进行异或产生 Weil 序列^[17]。 $L(k)$ 可定义为

$$L(k) = \begin{cases} 0, & k = 0 \\ 1, & k \neq 0 \text{ 且有整数 } x, \text{ 使 } k = x^2 \bmod N \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

原始 Weil 码的长度 N 为素数, 因此在实际应用中, 通常需要对 Weil 序列进行循环截取来获得目标长度为 N_0 的 Weil 序列, 最终 Weil 序列可定义为:

$$c(n; w; p) = W((n + p - 1) \bmod N; w), \quad (8)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N_0 - 1$$

其中 p 为截取起始点, 取值范围为 $1 \sim N$ 。

为了分析原始伪随机码的性能, 本文选择与上文中 Gold 码长接近的素数 1031 作为 Weil 序列的长度。上述基于二次剩余理论的勒让德序列生成 Weil 序列的方式不利于在 FPGA 中实现, 因为这涉及到大量乘法和除法操作, 会消耗过多硬件资源。因此需要先利用 Matlab 或其他应用程序计算出所需的 Weil 序列, 再将其存储到 FPGA 的 Read Only Memory (ROM) 中, 便于通信过程中进行实时读取, 从而节省硬件资源并提高系统运行速度。

Weil 序列的长度选择比 Gold 序列更加灵活, 在目标长度的附近选择一个素数, 生成 Weil 序列后再通过循环截断或者增补的方式来获得需要的长度, 此时只对生成的 Weil 序列进行极小的改动, 不会使得伪随机序列的相关性能有本质下降。而 Gold 序列则固定为 $2^n - 1$ 的码片长度, 当所需的长度与生成的长度不匹配进行截断时, 便会显著影响相关性。因此当扩频通信系统的扩频因子、通信速率、序列码长等参数需要进行调试与修改时, 采用 Weil 码这种长度灵活可变的序列的优势便相当明显, 同时因其烧录到 ROM, 可不改变原本 FPGA 布局布线情况下更换伪随机码组合, 从而不影响硬件系统的性能。另外, 当选择截断出长度为 2^n 的码长序列时, 在 FPGA 这种二进制运算平台进行参数设计与实现时可大大降低计算负担, 进一步减少资源消耗。

4 性能比较

理论上 Gold 序列与 Weil 序列虽均可作为太极计划星间激光通信测距所用的伪随机码。但在性能上仍有一定的差异, 且实现方式不同, 应针对需求选择合适的伪随机码。本文分析了级数为 10 级, 即码长为 1023 的 Gold 序列和码长为 1031 的 Weil 序列, 分别从所需的硬件资源、自相关与互相关性能和误差函数几方面进行比较分析。

4.1 硬件实现比较

Gold 序列的实现方式为 LFSR, 采用 Galois 型设

计的 LFSR 涉及异或和移位操作,每个时钟周期输出 1 位伪随机码。基于 Verilog HDL 实现 Galois 型的 LFSR 生成 Gold 序列消耗的硬件资源如图 6(a)所示。在 FPGA 上的 Weil 序列的生成方式则完全不同,利用地址寄存器读取事先存入 ROM 中的 Weil 序列,该方式消耗的硬件资源如图 6(b)所示。

Resource	Utilization	Available	Utilization %
LUT	21	101400	0.02
FF	32	202800	0.02
IO	13	400	3.25
BUFG	1	32	3.13

(a) Gold 序列硬件消耗

Resource	Utilization	Available	Utilization %
LUT	7	101400	0.01
FF	10	202800	0.01
BRAM	0.50	325	0.15
IO	3	400	0.75
BUFG	1	32	3.13

(b) Weil 序列硬件消耗

(a) Hardware for Gold code

(b) Hardware for Weil code

图 6 硬件消耗比较

Fig.6 Comparison of hardware consumption

图 6 展示的为生成单个伪随机序列所消耗的硬件资源,在实际通信测距过程中, DLL 需要三条支路的伪随机码进行相关运算,在牺牲少量块随机存储寄存器(Block Random Access Memory, BRAM)的基础上,生成 Weil 序列的所需的其他硬件资源大约为 Gold 序列对应的资源类型的 30%。Gold 序列生成过程中会不断进行状态转移,相当于在 FPGA 中生成一个序列的真值表,因此需要更多的查找表(Look up Table, LUT)的支持,同时,Gold 序列还需配置各个移位寄存器的初始状态,因此需要消耗更多的触发器和 I/O 端口。如图 6(a)中所示,Weil 序列比 Gold 序列多消耗了 0.15%的 BRAM 资源,但是其 LUT、FF、IO 所需的数量大约只有图 6(b)中所示的三分之一。而由于 BRAM 资源对于太极探测任务需求而言,其余量相对充裕。因此牺牲少量存储资源而节省其他硬件资源的方案是合适的。值得注意的是,在实时测距的过程中, DLL 会动态调整延迟值的大小,Weil 序列采用寄存器寻址的获取方式会简化硬件算法实现的复杂度,而生成 GOLD 序列的 LFSR 的状态切换是周期性的,若每次需要向前减小延迟值,则需要对过去的状态进行保存与赋值从而生成之前状态的伪随机码,这会大大增加设计的难度。可以得出,预存 Weil 序列方式实现简单,可以节省硬件资源消耗,在 FPGA 资源利用率比较高、所剩资源有限的情况下,采用 Weil 序列将比 Gold 序列更具优势。

基于静态随机存储器(Static Random Access Memory, SRAM)工艺实现的 FPGA 器件在太空环境中容易受到高能粒子的影响,导致其内部单元的逻辑状态发生翻转而引起系统错误,即出现单粒子翻转(Single-Event Upsets)现象。利用 SRAM 单元构成的 ROM 单元受 SEU 现象的影响更是尤为明显,因此当

受高能粒子影响时,基于 ROM 生成的 Weil 序列在太空中出现逻辑错误的概率比 Gold 序列高。然而这个问题可通过多个方面的加固设计来解决,保证基于 Weil 序列的通信测距系统的可靠性。首先,可以设计看门电路对 SEU 进行检测,并在程序发生错误的时刻触发系统复位,使系统恢复正常工作状态;其次,可以增加冗余设计,在信号传输时接收的数据只能来自未发生逻辑错误翻转的硬件单元,从而保证数据的正确性;再者,可以通过定时刷新的方式减小逻辑翻转的概率;最后,还可以从结构设计方面提升系统的抗干扰性能,如采用高可靠空间 FPGA 芯片进行系统设计或将其作为关键控制平台,及时处理因 SEU 导致的系统错误。基于上述方法,可以使系统具备较强的抗干扰能力,从而实现基于 Weil 序列的卫星激光通信测距系统。

4.2 相关性比较

将 3.2 节中生成的长度为 1023 的 Gold 序列和 3.3 节中定义的方法生成的长度为 1031 的 Weil 序列进行比较,分别计算他们的自相关值,根据旁瓣大小可以判定伪随机码相关性能的优劣。相关函数及其均方根的计算结果如表 1 所示,Gold 序列的自相关的旁瓣值范围为-60.20 ~ -23.94dB,均方根误差(root mean square, rms)为 0.323;Weil 序列的自相关的旁瓣值范围为-60.27 ~ -24.01dB,均方根误差为 0.303。Gold 序列的互相关的旁瓣值范围为-60.20 ~ -23.94dB,均方根误差为 0.312;Weil 序列的互相关的旁瓣值范围为-60.27 ~ -24.01dB,均方根误差为 0.307。由表 1 可得,无论是自相关还是互相关性能的比较,Weil 序列的旁瓣值均比 Gold 序列具有更大的衰减,均方根也取得更小的指标结果。如图 7 所示,Gold 序列的自相关函数的旁瓣总体大于 Weil 序列,占据更大的面积,更加分散。如图 8 所示,Gold 序列的互相关函数的旁瓣占据面积同样大于 Weil 序列。Weil 序列的自相关和互相关的旁瓣值均比 Gold 序列的小,因此 Weil 序列更加具备随机信号的特征,这将获得更优的扩频通信指标,同时将产生更小的码间串扰效应,从而提高测距精度和数据通信的准确度。另外,Weil 序列有更小的均方根误差,这使得 DLL 进行环路控制时的误差函数可以更加稳定的收敛在原点,进一步提高测距的精度。太极计划需要在 3×10^6 km 的星间距离条件下实现 1m 以内的高精度测距误差,同时还要抑制不同组伪随机码之间的互相关性,Weil 序列高度的自相关性和极低的互相关性更符合课题需求,调制到各自激光链路上的不同组的 Weil 码在码间串

扰后仍然具有伪随机噪声的特性, 使得通信测距功能依旧满足指标要求^[18]。

表 1 相关值与均方根

Tab.1 Correlation value and rms

码型	自相关值(dB)	自相关 rms	互相关值(dB)	互相关 rms
Gold	-60.20 ~ -23.94	0.323	-60.20 ~ -23.94	0.312
Weil	-60.27 ~ -24.01	0.303	-60.27 ~ -24.01	0.307

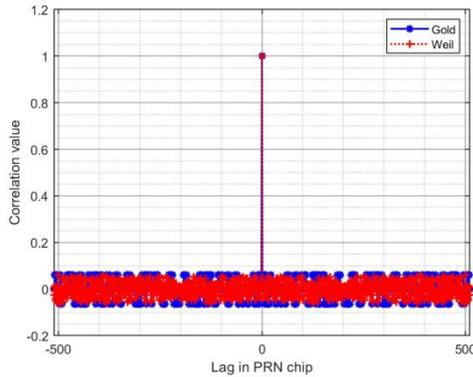


图 7 自相关结果

Fig. 7 Results of auto-correlation

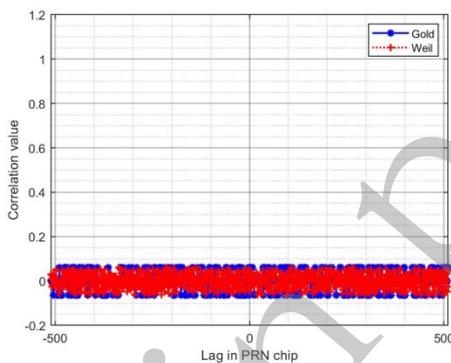


图 8 互相关结果

Fig. 8 Results of cross-correlation

4.3 误差函数比较

DLL 利用具有相位差的相关积分支路形成误差函数, 借助环路控制算法使得通信测距系统实时收敛在误差函数的原点。太极计划选择的误差函数的构建方案与 LISA 相同^[9], 其基本原理可进行简要概述。通信系统会对每个伪随机码片进行重复采样, 假设原始伪随机码的序列长度为 N (N 为正整数), 对每个码片重复采样 K (K 为正整数) 个相同样本, 则在测距过程中, 原本两组 N 个码片间的自相关运算也就变为两组 $N \times K$ 个样本间的自相关运算。由于采样后码组间的自相关函数值与重复样本的对齐数目有关, 自相

关函数的峰值由原本是一个点的值的突变, 变为在宽度为 $2 \times K$ 个样本范围内的线性增加及线性减少的渐变形式。由于 DLL 三条积分支路的伪随机码的偏移值分别错开 $K/2$, 则在初始的零偏移状态下, 对应的准时支路的自相关峰值位于原点, 超前与滞后支路的自相关峰值分别位于其左右两侧各 $K/2$ 个样本距离处, 三个自相关峰值的峰值与斜率相同, 则将超前支路与滞后支路的自相关函数作差, 便可得一条到过原点的直线段, 这便构建出测距误差函数, 而环路控制器使得误差值收敛于函数的原点, 也代表着当前本地伪随机码的时间延迟值与由于距离导致的远端伪随机码的接收时间延迟值相同, 从而根据可本地的延迟时间计算距离, 同时接收该时刻的数据信息, 从而实现通信测距功能。可见, 误差函数的线性度对测距的精度和误码率有关键影响。设 K 为重复采样次数, N 为未经采样的原始伪随机码长度, 以本地卫星重复采样后的伪随机码的初始偏移点作为误差函数的原点, 设接收到的伪随机码与本地码的偏移点数为 x , 则理想的误差函数应是分段的线性直线, 并且经过原点, 其定义如公式(9)所示:

$$f(x) = \begin{cases} N \cdot x + \frac{3}{2} K \cdot N, & x \in [-\frac{3}{2} K, -\frac{1}{2} K) \\ -2N \cdot x, & x \in [-\frac{1}{2} K, \frac{1}{2} K] \\ N \cdot x - \frac{3}{2} K \cdot N, & x \in (\frac{1}{2} K, \frac{3}{2} K] \\ 0, & x \in (-N, -\frac{3}{2} K) \cup (\frac{3}{2} K, N) \end{cases}, \quad (9)$$

然而, 太极计划的每一条激光链路均调制了不同组的伪随机码, 这在激光干涉时会产生码间串扰, 串扰的示意如图 9 所示。接收机解调后的伪随机码呈现 3 种状态, 与原本只有两种状态的码型截然不同, 使得伪随机码的相关性有所降低, 同时还增大了互相关值。因此解调后的伪随机码形成的误差函数与理想值会有所偏差, 从而影响通信和测距系统工作的精度。

Gold 序列与 Weil 序列的误差函数与标准的误差函数如图 10 所示。可以发现 Gold 序列的误差函数偏离原点, 则环路控制器收敛时, 本地与接收端的伪随机码无法实现完全对齐, 则本地伪随机码的偏移量对应的延迟值与真实的延迟值便存在明显偏差, 这降低了测距精度和增大通信误码率^[9]。在相关峰逐渐增大的过程中, 基于 Gold 序列形成的误差函数的斜率的绝对值更小, 而通信测距系统的延迟环模块根据当前相关值是否超过设定的门限值来实现对接收的伪随机码的捕获, 则 Gold 序列需要消耗更多的捕获时间, 即系统效率更低。Gold 序列的误差函数的峰值比 Weil 序列的小, 在强噪声干扰下, Gold 序列的

自相关更优可能衰减值门限值以下从而影响系统的正常工作。

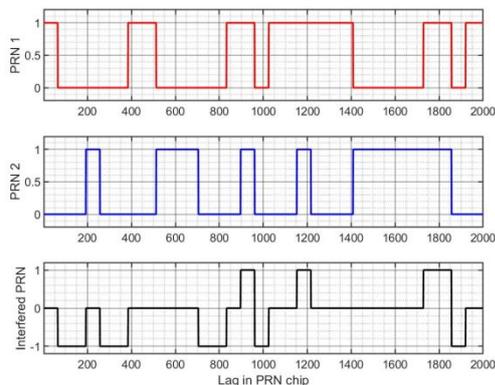


图 9 码间串扰示意图

Fig. 9 Example of code-interference

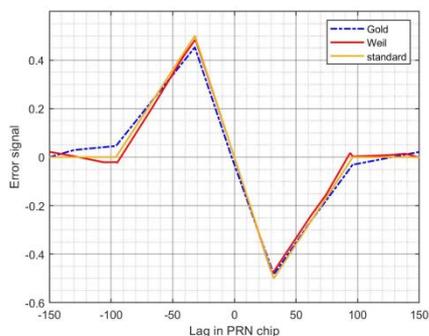


图 10 测距误差函数

Fig. 10 Ranging discriminator function

对于各个区间的线段，串扰后的 Weil 序列的误差函数比 Gold 序列更加贴合理想的误差函数，环路控制器能更精确地收敛在原点，即此时的偏移值既不超前，也没滞后，因此最贴近实际值，因而也将取得

更高的测距精度和更低的通信误码率。综上所述，Weil 序列更适合于太极计划星间激光通信和测距的实现。

5 结论

本文面向太极计划空间引力波探测的任务需求，对通信测距功能的伪随机码进行性能比较分析与选取。针对星间激光干涉测距系统的深空轨道、极低信噪比的条件，采用直接序列扩频的通信方式提升通信系统的抗干扰性和可靠性。扩频通信中不同类型的伪随机码实现原理与性能指标各有不同。本文从硬件资源消耗情况、自相关性、互相关性能、误差函数的线性度这三个方面对 Gold 序列与 Weil 序列进行比较。计算数据表明，Weil 序列的自相关的旁瓣值范围为 $-60.27 \sim -24.01\text{dB}$ 、均方根误差为 0.303，互相关的旁瓣值范围为 $-60.27 \sim -24.01\text{dB}$ 、均方根误差为 0.307，Gold 序列的自相关的旁瓣值范围为 $-60.20 \sim -23.94\text{dB}$ ，均方根误差为 0.323，互相关的旁瓣值范围为 $-60.20 \sim -23.94\text{dB}$ 、均方根误差为 0.312。说明 Weil 序列具有更优的相关性能，抗干扰能力也更强，因此也可获得更高的星间测距精度和更低的通信误码率。在资源占用方面，Weil 序列消耗的硬件资源为 Gold 序列的 30%，实现算法更加简单，有利与在 FPGA 平台上的部署。另外 Weil 序列长度更加灵活，方便通信系统的参数设计与调试优化。

本文对伪随机码的分析为太极计划星间激光通信测距伪随机码的选择提供了依据，也可为同样需要利用到随机噪声序列的其他课题提供参考，随着卫星通信、光学测距等技术的进一步发展，伪随机码的应用场景也会愈加广泛和深入。

参考文献:

- [1] Hu W R, and Wu Y L. The Taiji Program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. National Science Review, 2017, 4(5): 685-686.
- [2] 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极 1 号”在轨测试[J]. 深空探测学报, 2020, 7 (1): 3-10.
LUO Z R, ZHANG M, JIN G, et al.. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program "Taiji" and "Taiji-1" satellite mission[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2020, 7(1): 3-10. (in Chinese)
- [3] J. B. Bayle, B. Bonga, C. Caprini, et al.. Overview and progress on the Laser Interferometer Space Antenna mission[J]. Nature Astronomy 2022, 6(12): 1334-1338.
- [4] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, et al.. Sensor noise in LISA Pathfinder: an extensive in-flight review of the angular and longitudinal interferometric measurement system[J]. Physical Review D, 2022, 106(8): 082001.

- [5] LUO J, CHEN L SH, DUAN H Z, et al.. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3): 035010.
- [6] Huang X Q, Wang G F, Yang M L, et al.. Study on picometer-level laser interferometer readout system in TianQin project[J]. *Optics & Laser Technology*, 2023, 161: 109185.
- [7] Wu H Z, Xu M Y, Wang P P, et al.. Time delay interferometry with a transfer oscillator[J]. *Optics Letters*, 2023, 48(1): 9-12.
- [8] 刘河山, 高瑞弘, 罗子人, 等. 空间引力波探测中的绝对距离测量及通信技术[J]. *中国光学*, 2019, 12(3): 486-492.
- LIU H S, GAO R H, LUO Z R, et al.. Laser ranging and data communication for space gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 486-492. (in Chinese).
- [9] DELGADO E, JOSÉ J. *Laser Ranging and Data Communication for the Laser Interferometer Space Antenna*[M]. Granada: Universidad de Granada, 2012.
- [10] 辜方林, 彭进霖, 黄育侦, 等. 新型直接序列扩频通信方法[J]. *通信学报*, 2023, 44(12): 78-85.
- GU F L, PENG J L, HUANG Y Z, et al.. Novel direct sequence spread spectrum communication method[J]. *Journal on Communications*, 2023, 44(12): 78-85. (in Chinese)
- [11] ESTEBAN J J, BYKOV I, MARÍN A F G, et al.. Optical ranging and data transfer development for LISA[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2009, 154: 012025.
- [12] S. Xie, H. Zeng, Y. Pan, et al.. Bi-directional PRN laser ranging and clock synchronization for TianQin mission[J]. *Optics Communications*, 2023, 541: 129558.
- [13] 邓汝杰, 张艺斌, 刘河山, 罗子人. 太极计划中的星间激光测距地面电子学验证[J]. *中国光学(中英文)*, 2023, 16(4): 765-776.
- DENG R J, ZHANG Y B, LIU H S, LUO Z R. Ground electronics verification of inter-satellites laser ranging in the Taiji program[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(4): 765-776. (in Chinese)
- [14] 张艺斌, 邓汝杰, 刘河山, 罗子人. 太极计划星间激光通信参数设计及实验验证[J]. *中国激光*, 2023, 50(23): 2306002.
- Zhang Y B, Deng R J, Liu H S, Luo Z R. Parameter Design and Experimental Verification of Taiji Program Inter-Satellite Laser Communication[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, 50(23): 2306002. (in Chinese)
- [15] 谢钢. *GPS原理与接收机设计*[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- XIE G. *Principles of GPS and Receiver Design*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. (in Chinese)
- [16] 赖文, 黄观文, 解世超, 等. 北斗三号 B1C/B2a 新信号精密定轨性能分析[J]. *大地测量与地球动力学*, 2023, 43(2): 158-163.
- Lai Wen, Huang Guan-wen, Xie Shi-chao, et al.. Performance Analysis of Precise Orbit Determination for BDS-3 B1C/B2a New Signal[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2023, 43(2): 158-163. (in Chinese)
- [17] 樊昌信, 曹丽娜. *通信原理*[M]. 7版. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- FAN CH X, CAO L N. *Principles of Communications*[M]. 7th ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2012. (in Chinese)
- [18] 瞿智, 杨俊, 陈建云. 伪码测距抗干扰容限分析[J]. *宇航学报*, 2014, 35(12): 1450.
- QU Z, YANG J, CHEN J Y. Analysis of anti-jamming margin of pseudo-random code ranging[J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35(12): 1450. (in Chinese)



陈沛权(1998—), 男, 广东汕头人, 硕士, 现就读于国科大杭州高等研究院, 主要从事引力波探测星间激光通信及测距方面的研究。E-mail: chenpeiquan21@mails.ucas.ac.cn



邓汝杰(1998—), 男, 广东东莞人, 硕士, 2023年毕业于国科大杭州高等研究院, 主要从事引力波探测星间激光测距方面的研究。E-mail: dengrujie20@mails.ucas.ac.cn



张艺斌(2000—), 男, 甘肃天水人, 硕士, 2023年毕业于国科大杭州高等研究院, 主要从事引力波探测星间激光通信方面的研究。E-mail: zhangyibin201@mails.ucas.ac.cn



李磐(1986—), 男, 湖南桃江人, 博士, 副研究员, 硕士生导师, 研究方向为窄线宽激光技术及放大、激光非线性变频、高功率激光技术及应用等。E-mail: lipan@imech.ac.cn



齐克奇(1985—),男,内蒙古锡林郭勒人,博士,副研究员,硕士生导师,主要研究方向为惯性传感器件,弱力测量,振动抑制等。E-mail: qikeqi@imech.ac.cn



刘河山(1988—),男,安徽阜阳人,2015年于中国科学院大学获得博士学位,现为中国科学院力学研究所副研究员,硕士生导师,研究领域涉及激光干涉测距、高精度相位测量、精密指向控制、激光锁相等。E-mail: liuheshan@imech.ac.cn

通讯作者:



罗子人(1980—),男,湖南长沙人,2010年于中国科学院数学与系统科学研究院获得理学博士,现为中国科学院力学研究所研究员,博士生导师,太极计划首席科学家助理,主要从事引力波探测的空间激光干涉测距技术的理论分析和方案设计方面的研究。E-mail: luoziren@imech.ac.cn

第一作者通信地址:北京市怀柔区乐园大街中国科学院力学研究所,陈沛权,联系方式:15010861860