

## 大气折射的影响与修正技术研究进展

李洋 靖旭 秦来安 程乙轮 王港雨 侯再红

### Progress in research on the effect of atmospheric refraction and correction techniques

LI Yang, JING Xu, QIN Lai-an, CHENG Yi-lun, WANG Gang-yu, HOU Zai-hong

引用本文:

李洋, 靖旭, 秦来安, 程乙轮, 王港雨, 侯再红. 大气折射的影响与修正技术研究进展[J]. *中国光学*, 2025, 18(1): 1-16. doi: 10.37188/CO.2024-0101

LI Yang, JING Xu, QIN Lai-an, CHENG Yi-lun, WANG Gang-yu, HOU Zai-hong. Progress in research on the effect of atmospheric refraction and correction techniques[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(1): 1-16. doi: 10.37188/CO.2024-0101

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2024-0101>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 奇偶探测超分辨率折射率测量的理论研究

Theoretical investigation on super-resolution refractive index measurement with parity detection

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(2): 434 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0119>

#### 基于最小偏向角法的高精度液体折射率测量装置的优化设计与测量研究

Optimization design and test of a high-precision measuring device of liquid refractive index based on the method of minimum deviation angle

*中国光学 (中英文)*. 2022, 15(4): 789 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0064>

#### 拉曼激光雷达大气温湿压探测技术研究进展

Research progress of temperature, humidity and pressure detection technology using raman lidar

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(2): 243 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0145>

#### 基于Au纳米平行双棒超表面阵列的双Fano共振和折射率传感器特性研究

Double Fano resonance and refractive index sensors based on parallel-arranged Au nanorod dimer metasurface arrays

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(4): 961 <https://doi.org/10.37188/CO.EN-2023-0008>

#### 大气湍流对高分辨率遥感卫星定位精度的影响分析

Effect of atmospheric turbulence on the tracking accuracy of high-resolution remote sensing satellites

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(3): 550 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0196>

#### 基于大气多次散射的波浪水下偏振模式研究

The polarization mode of underwater waves based on atmospheric multiple scattering

*中国光学 (中英文)*. 2023, 16(6): 1324 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0223>

文章编号 2097-1842(2025)01-0001-16

## 大气折射的影响与修正技术研究进展

李洋<sup>1,2,3</sup>, 靖旭<sup>1,3</sup>, 秦来安<sup>1,3</sup>, 程乙轮<sup>1,3</sup>, 王港雨<sup>1,2,3</sup>, 侯再红<sup>1,2,3\*</sup>

(1. 中国科学院合肥物质科学研究院, 安徽合肥 230031;

2. 中国科学技术大学, 安徽合肥 230026;

3. 中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所激光与物质相互作用全国重点实验室, 安徽合肥 230031)

**摘要:** 为了深入了解大气折射的相关进展, 本文从其影响、公式发展以及修正原理等方面进行了介绍。针对大气折射的影响, 本文根据研究领域涉及的波段不同, 将其划分为应用于光学成像、激光传输和光电跟踪等领域的可见光到红外波段, 以及应用于雷达测量和卫星探测等领域的无线电波段。这两个波段在实际处理过程中选取的计算公式是不同的。根据折射率公式的发展历史对折射率公式进行介绍, 并指出了各公式的局限性。目前对于前者波段公式的最佳选择是Rüeger学者所总结的公式, 而对于后者建议选择ITU-R P.453-13建议书中的无线电折射率公式。最后介绍了获取大气折射率的传统计算方法和光学测量方法。传统计算方法是基于大气模式或气象数据建立的模型, 通过公式计算或模型拟合来确定特定区域的折射率。这种方法在单一环境或平均范围内具有一定的准确性。而光学测量方法不需要大气模型作为基础, 更不用依赖气象参数, 测量结果数据实时性高、更具路径代表性, 能弥补一些传统方式的弊端, 更符合未来的发展趋势。

**关键词:** 大气折射; 折射率公式; 大气光学; 光学测量

中图分类号: TP394.1; TH691.9 文献标志码: A doi: 10.37188/CO.2024-0101 CSTR: 32171.14.CO.2024-0101

## Progress in research on the effect of atmospheric refraction and correction techniques

LI Yang<sup>1,2,3</sup>, JING Xu<sup>1,3</sup>, QIN Lai-an<sup>1,3</sup>, CHENG Yi-lun<sup>1,3</sup>, WANG Gang-yu<sup>1,2,3</sup>, HOU Zai-hong<sup>1,2,3\*</sup>

(1. Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;

2. University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

3. State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, HFIPS, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

\* Corresponding author, E-mail: zhhou@aiofm.ac.cn

**Abstract:** This paper presents various aspects of atmospheric refraction to gain insight into the advances in this field. It divides the effects of atmospheric refraction into two categories: the visible-to-infrared bands used in research fields such as optical imaging, laser transmission, and optoelectronic tracking and the radio band used in radar measurements and satellite detection. The calculation formulas for these two bands are dif-

收稿日期: 2024-05-29; 修订日期: xxxx-xx-xx

基金项目: 国家高技术项目(No. E33D0HD85S2)

Supported by Project supported by the National High Technology of China (No. E33D0HD85S2).

ferent in their practical treatment. This paper introduces the refractive index formulas according to the refractive index formula's development history and points out the limitations of each formula. The current best choice for the former formula is the one summarized by Rüeger scholars; for the latter, it is recommended to choose the radio refractive index formula in the Rec. ITU-R P.453-14. In addition, the relationship between the refractive index of the Earth's surface and altitude, reference data for the refractive index on a global scale, and statistical distributions for the calculation of the refractive index gradient are given in the recommendation. Finally, traditional calculation methods for obtaining atmospheric refraction and optical observation methods are presented. The former study is based on the modeling of atmospheric patterns or meteorological data, formulae for refractive indices in specific regions, or model fitting to satisfy accuracy in a single environment or on an average scale. The optical measurement method does not need an atmospheric model as a basis, not does it rely on meteorological parameters. The measurement results of the data are real-time and more representative of the path. It can make up for some of shortcomings of the traditional methods, and is more in line with future development trend of the future.

**Key words:** atmospheric refraction; refractive index equation; atmospheric optics; optical imaging

## 1 引言

在中国南北朝时期,《隋书·天文志》记载了何承天和张胄玄发现的与大气折射相关的蒙气差效应。直到 19 世纪,有关大气折射影响的研究成为重要课题,吸引了众多学者的关注。著名的数学和天文学教授 Simon Newcomb 在他的著作中曾表述过:“There is, perhaps, no branch of practical astronomy on which so much has been written as on this and which is still in so unsatisfactory.”这表明了他对当时研究结果的不满意。随着科学技术的不断发展与进步,有关大气折射的研究成果层出不穷,但对于不同应用场景很难找到完美解决方案。无论是在天文观测<sup>[1-2]</sup>还是大地测量<sup>[3]</sup>领域,都必须考虑大气折射的影响。但由于大气折射涉及领域广泛,应用场景复杂,需要具体问题具体分析。

大气折射是指电磁波在非均匀和时变的大气中传播时,由于折射率的变化而导致传播路径由直线变成曲线的现象。根据研究过程中涉及的波段不同,可以将其划分为应用于光学成像、激光传输和光电跟踪等领域的可见光到红外波段,以及应用于雷达测量和卫星探测等领域的无线电波段。大气层对这两个波段的影响不同,因此计算折射率的公式也有所区别。

在早期的研究中,人们主要基于对大气结构

的合理假设来研究可见光和红外波段在大气中的折射效应,以计算光波的传输路径<sup>[4-5]</sup>。例如,Stone R C<sup>[6]</sup>在球对称大气结构的假设下,利用积分公式展开项的前两项,建立了一个只需单点气象条件的大气折射模型,用于计算被观测物体的实际位置。类似地,GUBLER J 和 TYTLER D<sup>[7]</sup>以及 Jiang D G 等人<sup>[8]</sup>利用给定的大气温度和压强分布建立了大气模型,前者可用于校正大气折射对大型望远镜观测的影响,从而得出恒星的真实距离。后者计算出了大气折射率随高度的变化情况,并在简化的近地面链路场景下进行了数值模拟。蒙气差是指光线穿过整层大气时产生的偏差,本质上是大气折射效应。张捍卫等人<sup>[9]</sup>提出了一个能够在极低高度角具有收敛性的蒙气差级数展开式,并结合多元大气层和等温层模型来研究射线跟踪理论。另一方面,王成良等人<sup>[10]</sup>直接利用美国空军地球物理实验室提供的 FASCODE 程序来计算大气折射,并研究了两种特定波长(2.7  $\mu\text{m}$ , 4.3  $\mu\text{m}$ )的大气透过率与蒙气差的关系。标准大气是 ISO 组织提供的一个模型,能在一定程度上反映大气结构,有助于研究人员进行相关研究。Corbard T 等人<sup>[11]</sup>利用标准大气模型,并结合积分公式,给出了太阳半径测量值校正的精确公式。王冠等人<sup>[12]</sup>在标准大气的基础上提出了近似参考旋转椭球体地球模型,并通过仿真分析了大气折射对目标定位的影响。而 Mohammed 等人<sup>[13]</sup>不仅研究了标准大气模型下的大气折射,

还指出了在大气逆温层的极端折射条件下,波长为 532 nm 和 1550 nm 射线对的发散程度是前者的 4.5 倍,并且会产生长距离的光波导现象。此外, Born 和 Jellema<sup>[14]</sup>介绍了多种大气模型,并研究了大气色散对近红外成像仪 MICADO 测量精度的影响。结果表明,在 H 波段,一般大气模型与全积分大气模型之间的色散差小于 10  $\mu\text{as}$ 。

由于大气成分复杂多变,单一模型在某些应用中无法得到令人满意的结果,因此需要进一步采取措施来提高修正精度。杨晓东等人<sup>[15]</sup>在研究红外天体定位时,利用观测时的温度与压强进行误差修正,为真正意义上的全天候、全地域、自主式天文导航提供了理论依据。谭碧涛等人<sup>[16]</sup>指出,在标准大气条件下,计算得到的蒙气差与实际测量的蒙气差间存在一定的偏差。在此基础上,他们采用一种精密恒星回扫的方法,得到了蒙气差的修正量,以降低蒙气差对测量精度的影响。文献<sup>[17]</sup>方法与上述方法类似,在原有蒙气差修正模型的基础上,通过回扫任务目标轨道附近恒星的方法进行误差修正,给出了适用于低仰角长波红外观测的蒙气差修正公式,提高了长波红外系统的跟踪精度和捕获能力,具有实际工程应用价值。而程煜等人<sup>[18]</sup>在分层球形大气的假设下,证明了恒星光线经过大气折射后进入光学卫星传感器的光路模型是对称的,并提出了一种利用恒星实测光线和恒星理论光线迭代前向反馈的方法,用于估计分层大气折射率。

目前应用最广泛的方法是获取区域性的大气数据,建立适合该区域的大气模式,以更准确地分析大气折射的影响。韩燕等<sup>[19]</sup>利用新疆戈壁的大气数据,拟合出了大气参数的平均高度分布廓线,结合折射率公式,给出了该地区大气折射率指数分布模式和三参数伽马分布模式。并且分析了大气折射效应对整层激光传输的影响,为该地区的光传输研究提供了依据。为了使自行研制的激光跟踪测量系统满足精密测量的要求,王亚伟等<sup>[20]</sup>测量了系统工作范围内的大气参数,包括大气压力、温度、湿度和空气成分等。他们利用修正后的 Edlen 公式提出了基于最小二乘方法的分段大气折射率计算公式,用于计算修正量,不确定度为  $\pm 3.5 \times 10^{-8}$ 。吕炜煜等人<sup>[21]</sup>通过分析某干旱地区的探空资料,给出了不同季节大气折射率随高度变化的拟合公式。利用此公式,他们计算出

了特定高度下目标的蒙气差、大气色散、测距的修正量,并分析了季节差异对计算结果的影响程度,为相关的高精度跟瞄工作提供了参考。根据区域气象资料, Ye J 等人<sup>[22]</sup>建立了较为真实的区域大气模型,并证明了该模型比经验模型能更精确地计算大气折射率。与标准大气模型相比,区域大气模型的定位精度提高了 2%~18%,从而提高了光学遥感影像的定位精度。杨玉峰等人<sup>[23]</sup>利用美国国家环境预报中心(NCEP)提供的高分辨率大气数据,结合傅立叶插值算法,建立了大气参数时空变化模型,计算了星光在大气中的传播路径,并建立了更精确的星光大气折射模型。此外,习锋杰等人<sup>[24]</sup>通过实测近地面气温、气压以及其垂直变化梯度,研究了近地面蒙气色差的日变化,同时监测了近地面湍流,对比了蒙气色差和湍流强度日变化规律的异同,并分析了近地面高精度光轴定标对大气条件的要求。而刘玉丽等人<sup>[25]</sup>利用转动拉曼激光雷达实现了对对流层内大气温度的高精度探测。结合大气压强的分布,他们反演出了大气折射率随高度分布的廓线,并根据目标定位误差理论获得了不同高度处目标物的仰角定位修正值和距离定位修正值。

无论是光波还是无线电波,本质都是电磁波。因此,上述修正方法在一定程度上也适用于无线电波的相关研究<sup>[26-27]</sup>。如王旭良等人<sup>[28]</sup>利用测量船获得的 100 多次的探空气象数据,提出了一种基于双指数的大气折射率剖面模型,修正精度不仅优于原有的经验公式,而且对于对流层内的目标,精度要高于常用的 Hopfield 模型<sup>[29]</sup>,能够满足测量船精度鉴定的需求。武宇翔等人<sup>[30]</sup>提出了一种利用实时大气参数进行指向精度修正的模型,以减轻大气折射对射电望远镜指向精度的影响。该模型基本消除了由大气折射引起的低仰角指向精度恶化问题。张国亭等人<sup>[31]</sup>利用微波辐射计来反演大气参数,建立了大气折射误差模型,对高轨卫星 S/Ka 频段厘米级高精度测距系统的大气折射误差进行了修正。成印河等人<sup>[32]</sup>则利用了欧洲中期天气预报中心(ERA-I)和美国国家环境预报中心提供的大气数据,评估了其在不同区域的大气折射环境中的应用,并为不同海域的大气折射环境应用提供了指导。此外,段成林等人<sup>[33]</sup>提出了一种应用于低仰角对流层大气折射修正的迭代算法,并通过大量无人机校飞和载



人航天工程外场实测数据进行验证。该算法能够实时有效地消除低仰角对流层折射偏差。类似地, Petter 和 Marthe<sup>[34]</sup> 利用舰载无人机实现了多个大气参数高分辨率的垂直剖面探测, 研究了挪威东海岸大气折射情况, 特别是异常折射对电磁波传输的影响。同样利用射线追踪的方法, 汪昭凯等人<sup>[35]</sup> 推导出了大气折射率垂直分布的精确表达式, 可用于提高雷达探测的定位精度, 比传统的误差近似模型及修正方法更准确、更有效。唐新杰等人<sup>[36]</sup> 结合 IRI 模型数据同化进行了无限电波折射误差修正, 从而提高了航天目标雷达的探测精度。Ollie 等人<sup>[37-38]</sup> 提出了一种新的反演大气折射率方法, 利用双干涉仪测量 ADS-B 信号的到达角, 提取出了有关大气折射结构的信息。由于 ADS-B 信号具有应用范围广、信号密度大和实时性高等特点<sup>[39]</sup>, 使得该方法能够在高检索容量和低成本的情况下获取折射率的测量结果。

在上述方法中, 尤其是可见光到红外波段应用时, 要想得到较高精度的大气折射修正结果, 就必须获取影响折射率的大气参数, 如气温、气压和湿度等。然而, 要获得高精度的大气参数并不容易。以温度为例, 虽然温度探测器能达到 0.1 °C 的精度, 但是由于太阳辐射等<sup>[40]</sup> 原因, 限制了其探测精度。尽管像微波辐射计或激光雷达这样的设备能够反演大气参数的垂直廓线, 但其探测精度仍然受到一定的限制, 尤其是对气温的探测精度至少在 1 K 以上<sup>[41]</sup>。以上相关研究无非是基于单点的气象参数观测、测量气象参数廓线, 或者基于模式, 来对特定区域的折射率进行公式计算或者模型拟合, 均只能在单一环境或平均范围内具有一定的准确性。为了进一步提高大气折射修正精度, 摆脱大气参数精度对其结果的影响, 几种光学测量的方法被陆续提出。光学测量方法的对象是蒙气色差, 指的是不同波长之间的蒙气差, 即大气色散。通过测量蒙气色差并利用色散公式, 可以将其换算到各波长上的蒙气差。例如, 习峰杰<sup>[42]</sup> 提出了一种利用双信标成像来测量蒙气色差的方法, 预计能达到 0.1  $\mu\text{rad}$  的测量精度。还有一种利用彩色相机通道差分测量蒙气色差的方法<sup>[43]</sup>, 同样可以获得高精度、多维度的测量结果。但这两种方法尚未进行实际测试应用。此外, LI Y 等<sup>[44]</sup> 提出一种基于三孔观测的光学测量方法, 实现了对某地区蒙气色差的测量, 并且其测

量结果不受环境温度变化的影响。通过对比分析, 确定了该方法得到的整层蒙气色差符合基本的变化趋势, 并且包含了更多的时间和空间特性。

通过调研大量相关文献, 本文首先概述了大气折射的影响以及传统的修正方法, 其次将重点介绍用于研究大气折射的折射率公式和基本方法原理, 最后将详细探讨光学测量方法的原理和发展趋势。

## 2 折射率公式的发展

折射率公式的发展是一个持续完善的过程, 根据使用范围和影响因素的不同, 出现了多种形式的折射率公式。这导致折射率公式的使用变得混乱, 甚至一些旧的, 有问题的公式仍被使用<sup>[45]</sup>。本节将介绍适用于可见光到红外波段和无线电波段的折射率公式。

### 2.1 可见光到红外波段的折射率公式

1939 年, Barrell 与 Sears<sup>[46]</sup> 给出了与空气折射率相关的公式, 并详细介绍了研究过程, 为后续相关工作提供了重要的参考价值。他们通过一系列的实验得出了干燥、无 CO<sub>2</sub> 空气的完整差值方程。进一步考虑到空气密度变化的影响, 提出了一个新的广义极化方程。随后, 他们给出了潮湿无 CO<sub>2</sub> 空气和包含水汽分压的折射率公式。最后, 给出了在普通大气条件下有实用价值的空气折射率简化公式:

$$(n_{i,p,f} - 1) \times 10^6 = \left( 0.378125 + \frac{0.0021414}{\lambda^2} + \frac{0.00001793}{\lambda^4} \right) \times \frac{p[1 + (1.049 - 0.0157t)p \times 10^{-6}]}{1 + 0.003661t} - \left( 0.0624 - \frac{0.000680}{\lambda^2} \right) \frac{f}{1 + 0.003661}, \quad (1)$$

式中,  $\lambda$  表示波长, 单位为  $\mu\text{m}$ ;  $p$  表示气压, 单位为 mmHg;  $T$  表示温度, 单位为 °C;  $f$  表示水汽分压, 单位为 mmHg。该公式适用于气温在 10~30 °C, 气压在 720~800 mmHg, 以及 CO<sub>2</sub> 体积比为 0.03% 的湿空气条件下。在这些条件下, 使用该公式不会引入明显的误差。通常情况下, 该公式在可见光谱内的所有波长上精度都是足够的。此外, 在气压范围的极限处,  $f=10$  mmHg 的折射率误差约为  $\pm 0.01 \times 10^{-6}$ 。

1953 年, Eldén<sup>[47]</sup> 也开始研究折射率公式, 并结合了 Barrell 和 Sears 在可见光下以及 Koch 和 Traub 在紫外线下的测量结果, 在标准空气条件下, 推导出了适用于 0.185 4~0.643 8 μm 波段范围的色散公式。1966 年, Edlén<sup>[48]</sup> 根据当时关于空气色散的最新研究, 对 1953 年提出的标准空气色散公式进行了改进, 并从理论上推导了折射率与气温和气压的关系式:

$$\begin{cases} (n-1)_{tp} = \frac{p(n-1)_s}{720.775} \cdot \frac{1+p(0.817-0.0133t) \times 10^{-6}}{1+0.003610t} \\ (n-1)_s \times 10^8 = 8342.13 + \frac{2406030}{130-\sigma^2} + \frac{15997}{38.9-\sigma^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $(n-1)_s$  为标准空气下的色散值;  $\sigma$  为真空波

$$\begin{cases} (n-1) \times 10^8 = \left( 2371.34 + \frac{683939.7}{130-\sigma^2} + \frac{4547.3}{38.9-\sigma^2} \right) D_s + (6487.31 + 58.058\sigma^2 - 0.71150\sigma^4 + 0.08851\sigma^6) D_w \\ D_s = \frac{P_s}{t} \left[ 1 + P_s \left( 57.90 \times 10^{-8} - \frac{9.3250 \times 10^{-4}}{t} + \frac{0.25844}{t^2} \right) \right] \\ D_w = \frac{P_w}{t} \left[ 1 + P_w \left( 1 + 3.7 \times 10^{-4} P_w \right) \cdot \left( -2.07321 \times 10^{-3} + \frac{2.23366}{t} + \frac{710.792}{t^2} + \frac{7.75141 \times 10^4}{t^3} \right) \right] \end{cases} \quad (4)$$

计算群折射率公式为:

$$(n^G - 1) \times 10^8 = \left[ 2371.34 + 683939.7 \frac{130 + \sigma^2}{(130 - \sigma^2)^2} + 4547.3 \frac{38.9 + \sigma^2}{(38.9 - \sigma^2)^2} \right] \cdot D_s + (6487.31 + 174.174\sigma^2 - 3.55750\sigma^4 + 0.61957\sigma^6) D_w \quad (5)$$

式中,  $D_s$ 、 $D_w$  分别为干燥空气和水汽的密度因子;  $P_s$  为 CO<sub>2</sub> 含量是 0.03% 的干燥空气分压, 单位为 mbar;  $P_w$  为水汽分压, 单位为 mbar。

自第一个折射率公式公布以来, 直至 21 世纪初, 许多学者研究了各种因素对折射率公式的影响, 并不断地对公式进行补充和完善。1972 年, Peck 和 Reeder<sup>[52]</sup> 利用新数据拟合出了 4 参数和 5 参数的色散公式, 适用的波长范围分别为 0.23 μm 到红外波段和 0.185 μm 到红外波段。Jones<sup>[53-54]</sup> 在 1980 年和 1982 年对空气密度方程、Edlen 的标准空气色散公式以及 Edlen 的 CO<sub>2</sub> 含量和水汽分压对折射率影响的经验公式进行了分析。他将这些公式合并为简化的空气折射率方程, 并对折射率计算的不确定性进行了估计。1982 年, Matsumoto<sup>[55]</sup> 采用两种红外/可见光复合干涉仪, 通过可见光的折射率值测定了 3 μm 区域的湿空气折射率, 精度达到了  $1.2 \times 10^{-8}$ 。他还将 Edlen 公式外推到 3 μm 区域, 并验证了该公式的

数(波长的倒数), 单位为 μm<sup>-1</sup>;  $p$  为气压, 单位为 torr。该公式适用于气压在 0~800 torr 和气温在 5~30 °C 范围内的大气条件。最后, 根据 Erickson 的水汽色散数据<sup>[49]</sup>, Edlén 给出了含水汽分压的折射率公式:

$$n_{tpf} - n_{tp} = -f(5.722 - 0.0457\sigma^2) \times 10^8 \quad (3)$$

式中, 水汽分压  $f$  的单位为 torr, 该公式的总不确定度为  $5 \times 10^{-8}$ <sup>[50]</sup>。

1967 年, Owens<sup>[51]</sup> 基于 Lorenz-Lorentz 方程研究了空气折射率与密度、大气成分之间的关系, 推导出了适用于大范围的气压、气温以及其他大气成分的相和群折射率的新公式, 并给出了简化公式。计算相折射率的公式为:

有效性。1988 年, Birch<sup>[50]</sup> 使用 NPL 开发的高精度干涉气体折射仪对 Edlen 方程可达到的精度进行了研究。研究表明, 为了达到更高的精度, 需要对 Edlen 方程中的水汽项进行修正, 修正后的 Edlen 方程的不确定度预计为  $\pm 3.3 \times 10^{-8}$ 。1993 年, Birch 和 Downs<sup>[56]</sup> 在文章中指出了 1966 年 Edlen 公式的不足, 首先采用 ITS-90 温度标度对其进行了修订, 又在随后的一年给出了修改密度项的公式<sup>[57]</sup>。

Ciddor 分别于 1996 年<sup>[58]</sup> 和 1999 年<sup>[59]</sup> 给出了精度高于百万分之一的标准空气折射率公式和群折射率公式, 分别如下:

$$\begin{cases} 10^8(n_{as} - 1) = \frac{k_1}{k_0 - \sigma^2} + \frac{k_3}{k_2 - \sigma^2} \\ (n_{axs} - 1) = (n_{as} - 1)[1 + 0.534 \times 10^{-6}(x_c - 450)] \end{cases} \quad (6)$$

$$n_g^{quad} = n + \left( \frac{\sigma}{4-n} \right) \sum_i (4 - n_{si})(\rho_i/\rho_{si})(dn_{si}/d\sigma) \quad (7)$$

其中,式(6)包含上下两式:上式适用于气温为 15 °C,气压为 101325 Pa,湿度为 0%,CO<sub>2</sub>浓度为 450 ppm 的标准空气,下式适用于 CO<sub>2</sub>浓度为  $x_c$  ppm 的空气。式(6)中  $k_0 = 238.0158 \mu\text{m}^{-2}$ 、 $k_1 = 5792105 \mu\text{m}^{-2}$ 、 $k_2 = 57.362 \mu\text{m}^{-2}$ 、 $k_3 = 167917 \mu\text{m}^{-2}$ 。而公式(7)中的未知参数涉及到的中间变量比较复杂,如果需要进一步了解,可以查阅原文献。由于篇幅的原因,本文不再一一解释。

1999年,在第22届大会(IUGG 99)上,特设工作组认为关于可见光到近红外波段的连续折射率的工作已经完成,并由 Rüeiger<sup>[60,61]</sup>给出了形式较为简单的闭合公式:

$$N_L = (n_L - 1) \times 10^6 = \frac{273.15}{1013.25} \times \frac{N_g \cdot p}{T} - \frac{11.27e}{T}, \quad (8)$$

其中, $N_L$ 是环境潮湿空气中可见光和近红外波段的群折射度, $T$ 表示绝对温度,单位为 K(ITS-90), $T = 273.15 + t$ ; $p$ 是总压强,单位为 hPa, $e$ 是水汽分压,单位为 hPa。在  $T = 273.15$  K、 $p = 1013.25$  hPa、 $e = 0.0$  hPa 条件下,CO<sub>2</sub>含量为 0.0375% 的标准空气的群折射度  $N_g$  和相折射度  $N_{ph}$  分别为:

$$N_g = (n_g - 1) \times 10^6 = 287.6155 + \frac{4.88660}{\lambda^2} + \frac{0.06800}{\lambda^4}, \quad (9)$$

$$N_{ph} = (n_{ph} - 1) \times 10^6 = 287.6155 + \frac{1.62887}{\lambda^2} + \frac{0.01360}{\lambda^4}, \quad (10)$$

上述方程适用于波长范围为 380~1300 nm 的可见光和近红外波段,在气温为 -40~60 °C,气压为 60~120 kPa,相对湿度为 0~100% 的情况下,可以满足一般精度的折射率计算要求。该公式已被国际大地测量协会 IAG 采用,具有一定的权威性。

群折射率和相折射率应用于不同的研究领域,分别是由群速度和相速度引出的概念。相速度是指单个光波传播时,等相位面的传播速度。而群速度则涉及到合成波的传播问题,包含了等相位面传播速度和等幅面传播速度两部分。群速度是指合成波振幅恒定点的移动速度,即振幅调制包络的移动速度。当合成波在真空中传播时,由于速度相同,合成波是一个波形稳定的拍,相速度和群速度相等。然而,在色散介质中传播时,由于频率不同,传播速度也不同。若合成波的波形

在传播过程中变化缓慢,仍可用调制包络的移动速度来定义群速度<sup>[62]</sup>。因此群折射率和相折射率分别为:

$$n_g = \frac{c}{v_g}, \quad (11)$$

$$n_p = \frac{c}{v_p}, \quad (12)$$

式中, $v_g$ 和 $v_p$ 分别表示群速度和相速度, $c$ 为真空中的光速。群速度与相速度之间的关系为:

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}. \quad (13)$$

在几何光学领域中,应该使用相折射率来计算折射角度,而在雷达和激光测距领域中,当调制电磁信号时,应该使用群折射率<sup>[45]</sup>。

## 2.2 无线电波的折射率公式

在第12届国际大地测量学和地球物理学联合会议(IUGG)上提出了适用于微波电子距离测量的无线电波折射率公式,并在1963年的第13届大会上的提议中确定了该公式<sup>[63]</sup>,将气压单位换成 hPa,公式也变成了更常用的形式:

$$N_r = (n_r - 1) \times 10^6 = 77.624 \frac{P_d}{T} + 64.700 \frac{P_w}{T} + 371897 \frac{P_w}{T^2}, \quad (14)$$

式中, $P_d$ 和 $P_w$ 分别是干燥空气和水汽部分的压强,单位为 hPa。此公式在正常条件下的精度为  $\pm 0.1$  ppm,而在“极端”条件下精度优于  $\pm 1$  ppm。

1974年,Thayer<sup>[64]</sup>提出了一个“改进的”具有三项系数的无线电折射率方程,但是由于水汽的红外共振很大,其对折射率的贡献不能外推到红外和射电区域。因此,Thayer利用光学测定的外推系数  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$  存在一定问题。Hasegawa 和 Stokesberry<sup>[65]</sup>以及 Bevis<sup>[66]</sup>等人进一步研究了上述系数,但研究都存在着一定的局限性。

一个可以将 CO<sub>2</sub> 假定为理想气体<sup>[51]</sup> 的简易公式如下:

$$N_r = K'_1 \frac{P_{d-c}}{T} + K_2 \frac{P_w}{T} + K_3 \frac{P_w}{T^2} + K_4 \frac{P_c}{T}, \quad (15)$$

式中, $P_{d-c}$ 是不含 CO<sub>2</sub> 的干燥空气的分压,单位为 hPa; $P_c$ 是 CO<sub>2</sub> 分压,单位为 hPa。 $K'_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$  和  $K_4$  分别为对应项的系数,不同的研究人员给出过不同的数值,其中一项研究利用加权平均系数



的方式<sup>[61]</sup> 得出了相应的数值:

$$N_r = 77.668 1 \frac{P_{d-c}}{T} + 71.295 2 \frac{P_w}{T} + 375 463 \frac{P_w}{T^2} + 133.480 0 \frac{P_c}{T}, \quad (16)$$

此外, Liebe 等人<sup>[67-69]</sup> 经过多年研究, 开发了一个名为毫米波传播模型(MPM)的实用模型, 用于计算大气中低于 1000 GHz 的电磁波在大气中传播的复折射率。该模型可从美国科罗拉多州博尔德电信科学研究所的网站下载。

在第 22 届 IUGG 大会上通过的第三项决议指出, 第 13 届 IUGG 大会提出的无线电折射率公式已经过时。尽管在新的建议方面取得了一些进展, 包括一个简单的封闭公式和一个更精确的计算程序, 但显然还有很多工作需要完善。在同一时期, 国际电信联盟无线电通信部门(ITU-R)也在制定与无线电相关的国际标准。他们提出了针对无线电折射率公式等相关的建议书, 而且近年来一直在发布相关标准。最新公布的折射率公式标准是 2019 年的 ITU-R P.453-13 建议书。

建议书中提供了计算无线电折射率的公式和地球表面折射率与高度的关系。此外, 该组织官网提供了全球范围内的折射率参考数据以及计算折射率梯度的统计分布等。建议书中给出的大气无线电折射率公式为:

$$(n-1) \times 10^6 = 77.6 \frac{P_d}{T} + 72 \frac{e}{T} + 3.75 \times 10^5 \frac{e}{T^2}, \quad (17)$$

其中, 无线电折射率的干项 $N_{dry}$ 为:

$$N_{dry} = 77.6 \frac{P_d}{T}, \quad (18)$$

湿项 $N_{wet}$ 为:

$$N_{wet} = 72 \frac{e}{T} + 3.75 \times 10^5 \frac{e}{T^2}, \quad (19)$$

折射率 $n$ 与高度 $h$ 之间的长期平均相关由如下指数律表达:

$$n(h) = 1 + N_0 \times 10^{-6} \times \exp(-h/h_0), \quad (20)$$

式中,  $N_0$  为外推至海平面的大气折射度平均值,  $h_0$  为标尺高度, 单位为 km。不同气候下的大气折射率平均值和标尺高度是通过统计方式确定的, 即  $N_0 = 315$ ,  $h_0 = 7.35$  km, 但这些数值仅适用于地面路径。

### 3 大气折射修正的基本原理

由于地心引力的作用, 地球周围环绕着层层大气, 并且越靠近地球表面气体的密度越大。根据温度结构, 可将大气层分为对流层、平流层、中间层、热层和散逸层, 如图 1 所示。球面分层大气模型具有一定的合理性, 也是最常用的一种大气模型。在这种模型下, 科研人员研究了一些基本光波在大气中的偏折传播特性<sup>[70]</sup>。

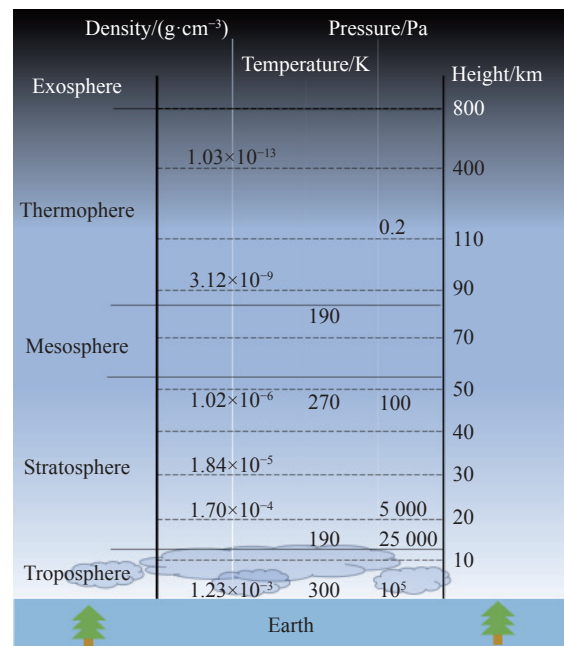


图 1 大气层示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the atmosphere

基于球面分层大气模型, 利用光线追迹方法可以得到蒙气差的表达式。如图 2 所示, 以接收目标源为例, 给出了在大气中传播的光线轨迹。

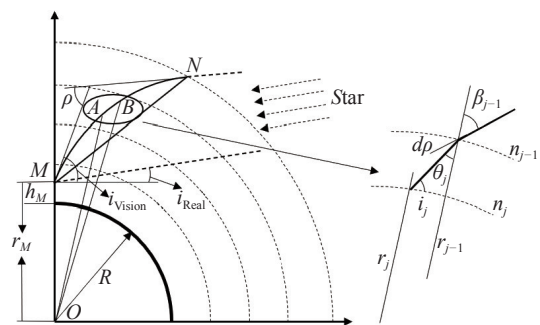


图 2 球面分层大气中的光线追迹(经授权转载自 [文献 44] © 美国光学学会)<sup>[44]</sup>

Fig. 2 Ray tracing in the spherically layered atmosphere (Reprinted with permission from [ref. 44] © Optical Society of America)<sup>[44]</sup>



因此, 视在仰角与真实仰角之差即为蒙气差:

$$\rho = i_{\text{Vision}} - i_{\text{Real}} \quad (21)$$

等式(21)描述了通过接收光路获取的蒙气差。如果使用发射光路来获取蒙气差, 根据光路的可逆性原理, 接收光路和发射光路是同一条光路。唯一的区别是原本的视在仰角变成了真实的仰角, 而原本的真实仰角变成了视在仰角。因此, 根据发射光路求得的蒙气差与根据图中接收光路得到的蒙气差互为相反数。下文将以图 2 中的接收光路为例进行推导。在球面分层大气模型下, 将大气视为包围在地球表面密度连续的同心球层, 其中球心为地球中心, 光线在各层边界上发生的折射为  $\Delta\rho_i$ , 则大气层总的蒙气差为:

$$\rho = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta\rho_i = \int_N^M d\rho \quad (22)$$

根据折射定律可知:

$$n_{j-1} \sin\beta_{j-1} = n_j \sin\theta_j \quad (23)$$

将  $n_j = n_{j-1} + dn$ ,  $\beta_{j-1} = \theta_j + d\varphi$  带入公式(23), 考虑到  $dn$  和  $d\varphi$  都是微小量, 省略高阶微小量并整理可得:

$$d\varphi = \frac{dn}{n} \tan\theta \quad (24)$$

所以, 整层蒙气差为:

$$\rho = \int_{n_N}^{n_M} \frac{\tan\theta}{n} dn \quad (25)$$

由 Snell 定律可得:

$$r_j n_j \cos i_j = r_{j+1} n_{j+1} \cos i_{j+1} \quad (26)$$

对于任意大气分层有:

$$rn \cos i = r_M n_M \cos i_M \quad (27)$$

因此有:

$$\tan\theta = \frac{r_M n_M \cos i_M}{\sqrt{(nr)^2 - (r_M n_M \cos i_M)^2}} \quad (28)$$

即:

$$\rho = \int_{n_N}^{n_M} \frac{r_M n_M \cos i_M}{n \sqrt{(nr)^2 - (r_M n_M \cos i_M)^2}} dn \quad (29)$$

将上式转换成对高度的积分得:

$$\rho = \int_{h_N}^{h_M} \frac{r_M n_M \cos i_M}{n \sqrt{(nr)^2 - (r_M n_M \cos i_M)^2}} \frac{dn}{dh} dh \quad (30)$$

公式(30)是用于计算蒙气差的积分公式。其中, 最主要的未知变量是大气折射率随高度的变化量, 并且需要进行积分运算, 处理过程相对复杂。进一步地, 可以通过合理的近似得到水平传输的蒙气差。同样是利用图 2 中的光线轨迹, 取射线上的相邻两点  $A$  和  $B$ , 它们离地球球心  $O$  的距离、折射率、仰角(折射角的余角)分别为  $r$ 、 $n$ 、 $i$  和  $r + \Delta r$ 、 $n + \Delta n$ 、 $i + \Delta i$ 。设两点相对地心的张角为  $\Delta\omega$ 。对  $A, B$  两点应用 Snell 定律可得:

$$rn \cos i = (r + \Delta r)(n + \Delta n) \cos(i + \Delta i) \quad (31)$$

将等式右侧展开可得:

$$rn \cos i = (rn + r\Delta n + \Delta r n + \Delta r \Delta n) \cos(i + \Delta i) \quad (32)$$

对于任意一点  $A$  的曲率半径, 当  $\Delta\omega$  无限趋向于 0 时,  $\Delta r$ 、 $\Delta n$  和  $\Delta i$  都是趋向于零的微小量, 省略二阶微小量, 并整理得:

$$\Delta i = \left( \frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta r}{r} \right) \cot i \quad (33)$$

地心张角  $\Delta\omega$ :

$$\Delta\omega = \frac{\Delta r}{r} \cot i \quad (34)$$

由于  $\Delta i = \Delta\omega - \Delta\varphi$ , 因此:

$$\Delta\varphi = -\frac{\Delta n}{n} \cot i \quad (35)$$

由于  $\Delta l = \Delta r / \sin i$ , 并考虑到  $n \approx 1$ , 因此射线上任一点的曲率半径为:

$$R = \frac{dl}{d\varphi} = \frac{dr}{\sin i} \left( -\frac{n \sin i}{dn \cos i} \right) = -\frac{1}{(dn/dr) \cos i} \quad (36)$$

对于水平传输距离为  $W$  的蒙气差可表示为:

$$\rho = \int_0^L \frac{1}{R} dL = L \frac{dn}{dr} \quad (37)$$

式中,  $dn/dr$  表示的是折射率随半径的变化, 在一定的条件下, 它与折射率随高度的变化  $dn/dh$  在数值上可以看作是相同的。根据大气折射率公式(8)和相折射率公式(10), 折射率随高度的变化可表示为:

$$\frac{dN}{dh} = \frac{dn}{dh} \times 10^6 = \frac{273.15}{1013.25} \times \frac{N_{ph}}{T} \cdot \frac{dp}{dh} - \frac{273.15}{1013.25} \times \frac{N_{ph}p}{T^2} \cdot \frac{dT}{dh} \quad (38)$$

公式(38)忽略了水汽分压对折射率的影响, 因为相关研究表明水汽分压对折射率的影响较小<sup>[71]</sup>。因此, 水平传输时蒙气差为:

$$\rho = \frac{273.15}{1013.25} \frac{p}{T^2} \times 10^{-6} LN_{ph} \left( \frac{dT}{dh} - \frac{T}{p} \frac{dp}{dh} \right) = ALN_{ph}(\Gamma - \Gamma_a) \quad (39)$$

式中,  $\Gamma$  表示温度垂直梯度;  $\Gamma_a$  表示气压等效温度垂直梯度;  $L = \arcsin(W/R) \cdot R \approx W$ 。此公式表示的是水平大气传输(即  $i = 0$ ) 时产生的蒙气差。值得注意的是, 如果应用于较复杂的下垫面, 此公式可能会带来较大的误差。因为复杂下垫面的大气变化很难符合球面分层大气模型, 比如山峰和海陆交界处等环境对大气的影响比较复杂, 无法选用合适的模型来求解。

## 4 光学测量方法

光学测量方法直接测量的是蒙气色差, 而不是蒙气差。因为蒙气色差表示的是不同波长之间蒙气差的差异, 避免了测量蒙气差所需的零点标定。即:

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2 \quad (40)$$

然后, 再通过色散公式计算出任意波长的蒙气差, 或者任意两波长之间的蒙气色差:

$$\rho = \frac{N_s}{N_{s_2} - N_{s_1}} \Delta\rho \quad (41)$$

$$\rho_4 - \rho_3 = \frac{N_{s_4} - N_{s_3}}{N_{s_2} - N_{s_1}} \Delta\rho \quad (42)$$

式中,  $N_{s_i} (i = 1, 2, 3, 4)$  表示不同波长对应的标准空气折射度。

此外, 当光束在大气中传输时, 必须考虑大气湍流对光学测量方法的影响。为了描述大气湍流对光束传输的积分效应, Freid 引入了大气相干长度  $r_0$ :

$$r_0 = \left[ 0.423k^2 \sec(\beta) \int_0^L C_n^2(z) dz \right]^{-3/5} \quad (43)$$

式中,  $L$  为传输路径长度;  $\beta$  为天顶角;  $C_n^2(z)$  为高度  $z$  的湍流折射率结构常数;  $k = 2\pi/\lambda$ , 为波数。从上式可以看出大气相干长度  $r_0$  正比于  $\lambda^{6/5}$ , 即  $r_0 \propto \lambda^{6/5}$ 。由大气湍流引起的到达角起伏方差可表示为:

$$\langle \alpha^2 \rangle = 0.182 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \left( \frac{\lambda}{D} \right)^2 \quad (44)$$

式中,  $D$  为接收口径,  $r_0$  为大气相干长度,  $\lambda$  为波长。由于  $r_0 \propto \lambda^{6/5}$ , 使得  $\langle \alpha^2 \rangle$  是一个与波长  $\lambda$  无关的量。即到达角起伏不会受波长变化的影响, 而是受大气湍流和接收系统共同作用的影响, 与传输光束的波长无关。因此, 这也是选用光学测量方法测量蒙气色差的重要原因。

### 4.1 双信标光学测量方法

双信标光学测量方法是由习峰杰等人<sup>[42]</sup>提出的一种测量蒙气色差的方法, 由水平方向上具有一定间距的两个不同波长的光源和无色差的接收系统等组成, 整体系统如图 3 所示。序号 1 是指双信标分系统, 由光源、衰减片和带有通光小孔的遮光板组成。序号 2 是指成像测量望远镜分系统, 主要由望远镜以及光电探测器组成。此测量系统两光源的间距需满足成像系统的视场要求, 并且两光源的波长处于可见光到近红外波段, 波长之间的差距不小于 100 nm。接收系统要求无色差, 角分辨率不低于 0.1  $\mu\text{rad}$ , 接收望远镜的口径不得超过 200 mm, 用于测量传输距离为公里级的蒙气色差。

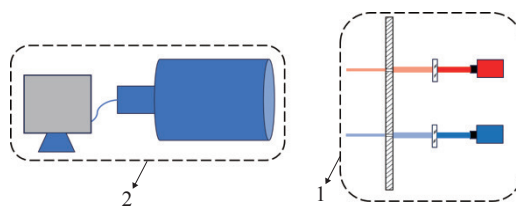


图 3 双信标光学测量系统

Fig. 3 Dual beacon light source measurement system

在测量之前, 需要对该系统进行零点标定。首先将两个信标光源设置为相同的波长, 然后经过被测路径的公里级传输后, 由接收系统成像, 最后将得到的两个光斑质心的坐标  $(x_{10}, y_{10})$  和  $(x_{20}, y_{20})$  作为系统测量零点。实际测量过程中得到的不同波长的两信标光源的远场光斑质心的坐标为  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ , 则水平和垂直两个方向的蒙

气色差可表示为:

$$\begin{cases} \Delta\rho_x = \frac{[(x_2 - x_1) - (x_{20} - x_{10})]p}{f_e} \\ \Delta\rho_y = \frac{[(y_2 - y_1) - (y_{20} - y_{10})]p}{f_e} \end{cases}, \quad (45)$$

式中,  $f_e$  和  $p$  分别为成像望远镜的等效焦距和光电探测器的像元尺寸。此外, 将水平与垂直两个方向上的蒙气色差合成总的蒙气色差:

$$\Delta\rho = \sqrt{\Delta\rho_x^2 + \Delta\rho_y^2}, \quad (46)$$

## 4.2 三孔光学观测方法

三孔光学观测方法<sup>[44]</sup>主要采用楔镜分光, 以获得用于解算蒙气色差的 3 个光斑。这种方法的优点是可以从原理上避免因离焦成像而产生的测量误差。该系统的观测对象是恒星, 用于测量整层的蒙气色差。如图 4 所示, 测量装置主要由分光楔镜、反射式无色差的卡塞格林望远镜、CCD 传感器和处理器组成。接下来将通过成像光斑的状态来介绍三孔光学观测方法的原理。

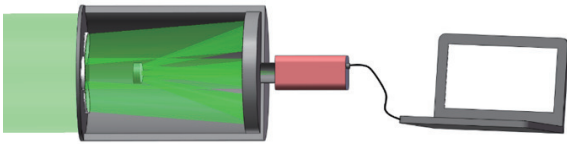


图 4 测量装置的主要组成部分(经授权转载自文献 [44] © 美国光学学会)<sup>[44]</sup>

Fig. 4 Main components of the measuring device (Reprinted with permission from ref. [44] © Optical Society of America)<sup>[44]</sup>

在观测之前, 需要使用单色平行光源来校准楔镜的安装角度, 以确保最终成像结果如图 5(a) 所示, 即波长相同的三光斑质心位置呈正三角形排布。这种光斑状态也可以看作是在未安装滤光片和不考虑大气色散情况下的成像结果。在此基础上, 考虑由于环境温度的变化引起的离焦成像结果如图 5(b) 所示。此时光斑质心排布仍是一个正三角形。当安装所需波长的滤光片时, 成像结果如图 5(c) 所示。尽管有 3 个成像子孔, 但是只需两种不同波长的光源。通过使用窄带滤光片, 可以确保波长相同的两个光斑处于同一水平位置, 而另一波长的光斑位于其下方。当考虑实际大气色散的影响时, 最终的成像结果如

图 5(d) 所示。由温度变化导致的离焦成像可以看成是图 5(a) 到 5(b) 的过程。在焦平面位置前后变化时, 3 个光斑质心的位置偏移量是相同的, 最终 3 个质心位置组成的仍是一个正三角形, 前后两个三角形可以被视为等比例缩放, 这也是此方法克服离焦误差对观测结果影响的原理。利用正三角形的几何关系, 可以求出理论无色散时的光斑质心位置。最后再利用观测结果求出实际的蒙气色差。

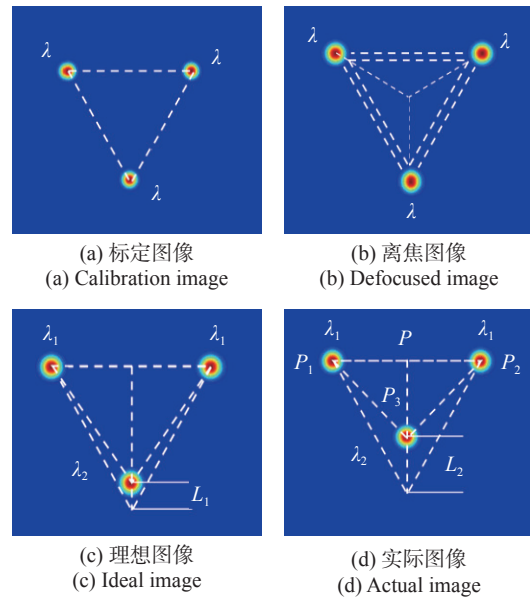


图 5 成像光斑位置示意图(经授权转载自文献 [44] © 美国光学学会)<sup>[44]</sup>

Fig. 5 Schematic diagram of imaging spot position (Reprinted with permission from ref. [44] © Optical Society of America)<sup>[44]</sup>

图 5(c) 表示的是目标恒星在未考虑大气色散下的光斑成像位置。波长为  $\lambda_2$  的光斑成像位置偏离的原因是楔镜对不同波长光的偏折角度不同。若楔镜楔角为  $\alpha$ , 则偏转角为:

$$\delta = \alpha(n - 1), \quad (47)$$

因此:

$$L_1 = (\delta_1 - \delta_2)f = \alpha f(n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}), \quad (48)$$

式中,  $n_{\lambda_1}$  和  $n_{\lambda_2}$  分别是波长为  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的光在楔镜中的折射率。

图 5(d) 显示了在实际大气色散下, 通过滤光片得到的波长为  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的光斑位置。实际上, 整层的水平大气色散相对于垂直方向非常小, 可以忽略不计。从图 5(d) 中可以看出, 3 个光斑的质

心位置坐标分别为 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 和 $P_3(x_3, y_3)$ , 则点 $P$ 位置的坐标为 $P((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$ 。因此, 可以求得:

$$|P_3P| = \sqrt{\left(x_3 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \left(y_3 - \frac{y_1 + y_2}{2}\right)^2}, \quad (49)$$

$$|PP'| = \frac{\sqrt{3}}{2}|P_1P_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad (50)$$

所以:

$$L_2 = (|PP'| - |P_3P|)a, \quad (51)$$

式中,  $a$  为 CCD 传感器的像元尺寸。由大气色散引起的位置偏移 $L$ 可表示为:

$$L = L_2 - L_1, \quad (52)$$

最终, 观测目标的整层蒙气色差 $\Delta\rho$ 可表示为:

$$\Delta\rho = \frac{L}{f_e}. \quad (53)$$

图 6(彩图见期刊电子版)是基于模式分布和实测气象数据的计算结果与光学观测结果比较图。横坐标表示仰角, 纵坐标表示蒙气色差。

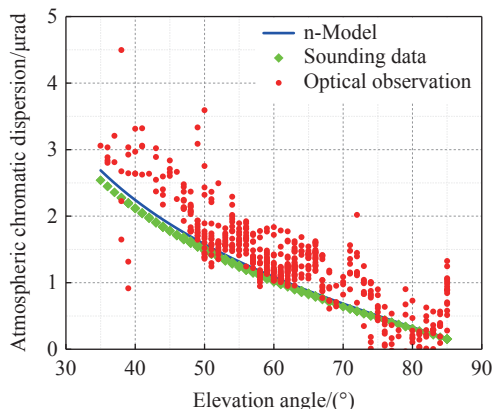


图 6 光学观测与传统计算结果比较。(经授权转载自文献 [44] © 美国光学学会)<sup>[44]</sup>

Fig. 6 Comparison of results from optical observations and conventional calculations. (Reprinted with permission from ref. [44] © Optical Society of America)<sup>[44]</sup>

两种计算方式都是基于球面分层大气模型的, 但在相同的仰角下, 实测气象数据的计算结果略小于模式分布的结果。此外, 一旦确定了某一地区的折射率模式分布, 其蒙气色差的计算结果只受仰角变化的影响, 无法反映其在时间和任意

空间路径上的变化。然而, 通过探空数据可以得到气象参数随时间变化的垂直高度分布特性, 根据这些数据可以计算出不同时间节点的蒙气色差, 探测时间间隔约为 2 min, 但仍无法反映不同空间路径上的变化。相比之下, 光学观测得到的是在特定仰角路径下的实时蒙气色差。通过对比图 6 中的结果, 可以看出光学观测结果与计算结果在仰角变化方面总趋势一致, 但局部变化较为剧烈, 这表明光学观测在时间和空间上具有较高的分辨率。

### 4.3 彩色相机通道差分光学测量方法

基于彩色相机的通道差分方法<sup>[43]</sup>是利用两束不同波长的光在大气传输过程中产生的色散现象, 通过彩色相机的 RGB 通道分离, 从而测量蒙气色差。测量系统如图 7 所示, 主要由发射装置和接收装置两大部分组成。发射装置由两个不同波长的激光器和光纤耦合器组成, 波长分别为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的光被光纤耦合器合束为同一光束。接收装置由望远镜、彩色相机探测器和计算机处理器组成。

以 Bayer 滤光片的单 CCD 彩色工业相机为例, 图 8 显示了相机各通道的量子效率和激光器波长对应的相机 RGB 通道的位置。两个激光器经光纤耦合器耦合为同一光束输出, 接收装置中的望远镜选用的是纯反射式的卡塞格林结构, 不会产生额外的色散。为了能测得更大的蒙气色差, 两个激光器的波长之差要尽量大。考虑到相机三通道的量子效率, 两个激光器的峰值波长分别选为 450 nm 和 650 nm, 分别对应彩色相机的 R 通道和 B 通道。尽管两种激光器的波长在 G 通道的响应存在一些重叠, 但蓝光对 R 通道和红光对 B 通道几乎没有响应。这确保了光源与通道之间的一一对应, 经成像系统接收后, 波长为 450 nm 的光斑能从彩色相机的 B 通道分离出, 而波长为 650 nm 的光斑则可以从 R 通道分离出。分离后可以得到其光斑质心分别为 $(x_R, y_R)$ 和 $(x_B, y_B)$ , 从而可以直接计算出两个方向上的蒙气色差:

$$\begin{cases} \Delta\rho_x = \frac{x_B - x_R}{f_e} a \\ \Delta\rho_y = \frac{y_B - y_R}{f_e} a \end{cases}. \quad (54)$$



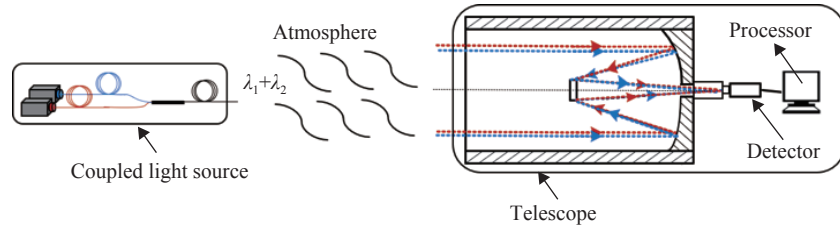


图 7 彩色相机通道差分光学测量系统

Fig. 7 Channel differential optical measurement system of the color camera

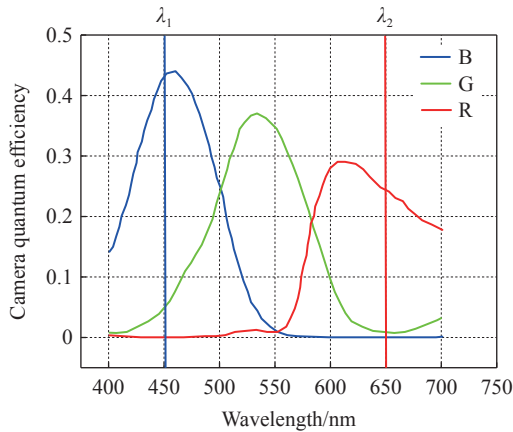


图 8 彩色相机的量子效率以及激光器波长

Fig. 8 Color cameras' quantum efficiencies and the lasers wavelength

上述介绍的光学测量方法在实际应用环境中也存在差异。双信标和彩色相机通道差分的光学测量方法主要应用于近地面的光传输研究, 可视为主动式测量系统, 需要特定的发射光源。而三孔光学测量系统则是被动式的, 使用星光作为探测目标, 因此适用于测量整层的蒙气色差。此外, 配备合适滤光片的彩色相机通道差分测量系统同样可用于观测以恒星为目标的整层蒙气色差。同样是利用光学的手段测量蒙气色差, 这 3 种方法具有一些相同的特点。首先, 它们都基于到达角起伏与波长无关的理论前提, 这也是它们直接测量蒙气色差而不是蒙气差的原因。其次, 这 3 种测量结果反映了激光大气传输中蒙气色差路径的积累效应, 具有高实时性和路径代表性。此外, 它们与传统大气折射率计算方法最显著的区别是无需依赖大气参数, 避免了高精度气象参数获取困难的问题。其他的一些特点和不同点对比如表 1 所示。

与传统依赖大气参数计算蒙气差的方法相比, 光学测量方法能更好地研究复杂路径下的大气色散基本变化规律。它可以直接测量整层低仰

角下的蒙气色差, 并推算出蒙气差, 为实时补偿偏差提供了依据, 对工程应用中的激光大气传输以及光电跟踪系统研究有着重要的意义。

表 1 3 种光学测量方法效果对比

Tab. 1 Comparison of three optical measurement methods

	双信标光学测量方法	三孔光学观测方法	彩色相机通道差分光学测量方法
理论基础: 到达角起伏与波长无关;			
相同点	测量对象: 蒙气色差;		
	测量结果: 实时性高、更具路径代表性、无需依赖大气数据。		
	测量方式		
	主动式	被动式	主动式/被动式
	接收传感器		
不同点	灰度传感器	灰度传感器	彩色传感器
	应用场景		
	近地面水平或斜程蒙气色差	整层蒙气色差	近地面水平、斜程或整层蒙气色差
	应用情况		
	方法提出待验证	已应用于观测	方法提出待验证

## 5 结束语

大气折射研究在大气物理学中占据重要地位, 特别是在激光大气传输、天文观测和大地测量等研究领域具有重要影响。本文概述了国内外大气折射的研究方法, 并详细介绍了折射率公式的发展历史, 指出了各公式的适用范围, 为选取折射率公式提供了相应的依据, 这是计算蒙气差的基础。随后介绍了传统获取蒙气差的方法, 即在球面分层大气模型下, 利用光线追迹的方式计算蒙气差。然而, 随着各项研究技术的不断发展, 传统方法已经无法满足更高的需求, 因此, 本文最后介绍了更符合未来发展趋势的光学测量方法。目前,

光学测量方法的直接对象是蒙气色差,通过差分的方式消除了无关量的影响,实现了在任意路径下实时高精度大气色散的获取,为相关领域大气折射的深入研究提供了更精准和高效的研究方法。

#### 参考文献:

- [1] WANG ZH, JIANG J. Refraction surface-based stellar atmospheric refraction correction and error estimation for terrestrial star tracker[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(10): 9685-9696.
- [2] WANG Y L, ZHU Y, WANG M, et al.. Atmospheric refraction calibration of geometric positioning for optical remote sensing satellite[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2020, 17(12): 2130-2134.
- [3] HAN W, HAN SH D. Research on the influence of atmospheric vertical refraction on trigonometric leveling survey in qinling mountains[J]. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2021, 826(1): 012039.
- [4] LOVCHY I L. Calculation of refraction angles for various spherically layered atmospheric models[J]. *Journal of Optical Technology*, 2021, 88(2): 60-65.
- [5] ZHAO F M, DAI C M, WU P F, et al.. Effect of atmospheric refraction on limb detecting[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 11455: 114556B.
- [6] STONE R C. An accurate method for computing atmospheric refraction[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1996, 108(729): 1051-1058.
- [7] GUBLER J, TYTLER D. Differential atmospheric refraction and limitations on the relative astrometric accuracy of large telescopes[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1998, 110(748): 738-746.
- [8] JIANG D G, ZHANG P, DENG K, et al.. The atmospheric refraction and beam wander influence on the acquisition of LEO-Ground optical communication link[J]. *Optik*, 2014, 125(15): 3986-3990.
- [9] 张捍卫, 雷伟伟, 丁安民. 低高度角处的蒙气差级数展开式[J]. *天文学报*, 2013, 54(6): 562-568.  
ZHANG H W, LEI W W, DING A M. The series expansion of astronomical atmospheric refraction for low vertical angle[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2013, 54(6): 562-568. (in Chinese).
- [10] 王成良, 胡胜敏, 饶鹏. 静止轨道卫星红外探测大气透过率与蒙气差分析[J]. *光学与光电技术*, 2013, 11(4): 33-36.  
WANG CH L, HU SH M, RAO P. Analysis of atmospheric transmittance and refraction on geostationary satellite-based infrared detection[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2013, 11(4): 33-36. (in Chinese).
- [11] CORBARD T, IKHLEF R, MORAND F, et al.. On the importance of astronomical refraction for modern solar astrometric measurements[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, 483(3): 3865-3877.
- [12] 王冠, 王惠林, 骞琨, 等. 机载光电系统目标定位大气折射修正研究[J]. *应用光学*, 2022, 43(4): 641-647.  
WANG G, WANG H L, QIAN K, et al.. Research on atmospheric refraction correction of airborne electro-optical system target location[J]. *Journal of Applied Optics*, 2022, 43(4): 641-647. (in Chinese).
- [13] ABDULLAH-AL-MAMUN M, VOELZ D. Effects of temperature inversion in the lower atmosphere on dispersion and angle of arrival of highly directional beams[J]. *Optical Engineering*, 2020, 59(8): 081802.
- [14] VAN DEN BORN J A, JELLEMA W. Quantification of the expected residual dispersion of the MICADO Near-IR imaging instrument[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2020, 496(4): 4266-4275.
- [15] 杨晓东, 姜璐. 基于天体红外测量的蒙气差计算方法[J]. *红外与激光工程*, 2002, 31(2): 121-124.  
YANG X D, JIANG L. Calculation of the refraction based on the measurement of infrared ray from celestial body[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2002, 31(2): 121-124. (in Chinese).
- [16] 谭碧涛, 景春元, 朱启海, 等. 低仰角蒙气差精密修正的新方法[J]. *应用光学*, 2006, 27(6): 563-566.  
TAN B T, JING CH Y, ZHU Q H, et al.. New method of precise correction for atmosphere refraction in low elevation[J]. *Journal of Applied Optics*, 2006, 27(6): 563-566. (in Chinese).
- [17] 门涛, 史金霞, 徐蓉, 等. 基于低仰角红外测量的蒙气差修正方法[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(1): 0117004.  
MEN T, SHI J X, XU R, et al.. Correction method of atmospheric refraction based on the low elevation infrared measurement[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(1): 0117004. (in Chinese).
- [18] 程煜, 王雪莹, 盛卫东, 等. 一种基于恒星光线偏折的大气折射率估计方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(7): 0701001.  
CHENG Y, WANG X Y, SHENG W D, et al.. Atmospheric refractivity estimation method based on stellar light deflection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(7): 0701001. (in Chinese).
- [19] 韩燕, 强希文, 冯建伟, 等. 大气折射率高度分布模式及其应用[J]. *红外与激光工程*, 2009, 38(2): 267-271.

- HAN Y, QIANG X W, FENG J W, *et al.*. Height distribution profiles and its application of atmosphere refractive index[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(2): 267-271. (in Chinese).
- [20] 王亚伟, 周维虎, 王中宇, 等. 激光跟踪测量系统大气折射率修正方法[J]. *光电子技术*, 2011, 31(2): 83-86, 97.  
WANG Y W, ZHOU W H, WANG ZH Y, *et al.*. Correction method of air refractivity for laser tracking measurement system[J]. *Optoelectronic Technology*, 2011, 31(2): 83-86, 97. (in Chinese).
- [21] 吕炜煜, 苑克斌, 胡顺星, 等. 干旱地区大气折射对光电工程的影响[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(1): 291-297.  
LV W Y, YUAN K E, HU SH X, *et al.*. Effect of atmospheric refraction on opto-electronic engineering in arid area[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(1): 291-297. (in Chinese).
- [22] YE J, HE H Q, ZHANG L, *et al.*. An accurate calculation of the atmospheric refraction error of optical remote sensing images based on the fine-layered light vector method[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2022, 15: 1514-1525.
- [23] 杨玉峰, 宋宁宁, 韩香. 基于NCEP数据库的星光大气折射修正模型[J]. *光学学报*, 2023, 43(18): 1801002.  
YANG Y F, SONG N N, HAN X. Corrected starlight atmospheric refraction model based on NCEP database[J]. *Acta Optica Sinica*, 2023, 43(18): 1801002. (in Chinese).
- [24] 习锋杰, 杨轶, 靖旭, 等. 水平蒙气色差对光轴定标的影响[J]. *量子电子学报*, 2020, 37(4): 386-391.  
XI F J, YANG Y, JING X, *et al.*. Dispersion influence of horizontal atmospheric refraction on calibration of optical axis[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2020, 37(4): 386-391. (in Chinese).
- [25] 刘玉丽, 王钰茹, 谢晨波. 转动拉曼激光雷达用于大气折射修正的研究[J]. *大气与环境光学学报*, 2023, 18(5): 426-433.  
LIU Y L, WANG Y R, XIE CH B. Investigation of atmospheric refractive modification based on rotational Raman lidar[J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2023, 18(5): 426-433. (in Chinese).
- [26] 张瑜, 甘利萍. 大气折射误差修正研究现状与展望[J]. *河南师范大学学报(自然科学版)*, 2016, 44(4): 45-52.  
ZHANG Y, GAN L P. Current status and prospect of researches on atmospheric refraction error correction method in radar system[J]. *Journal of Henan Normal University (Natural Science Edition)*, 2016, 44(4): 45-52. (in Chinese).
- [27] 司文涛, 王伟超, 袁光福, 等. 基于测角交汇的大气折射修正方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(13): 130102.  
SI W T, WANG W CH, YUAN G F, *et al.*. Atmospheric refraction correction method based on angular intersection[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(13): 130102. (in Chinese).
- [28] 王旭良, 戴正旭, 陈红英. 一种基于海上探空气象数据的大气折射率模型[J]. *飞行器测控学报*, 2015, 34(1): 36-41.  
WANG X L, DAI ZH X, CHEN H Y. An atmospheric refractivity model based on maritime radiosonde data[J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2015, 34(1): 36-41. (in Chinese).
- [29] YU D CH, LI H T, LI B Q. A comparison of models for correcting astronomical atmospheric refraction[J]. *Proceedings of SPIE*, 2020, 11763: 1176309.
- [30] 武宇翔, 张洪波, 孔德庆, 等. 基于实时参数的大气折射模型和射电望远镜指向修正方法[J]. *光子学报*, 2019, 48(8): 0811001.  
WU Y X, ZHANG H B, KONG D Q, *et al.*. Astronomical refraction model based on real-time parameters and research of radio telescope pointing calibration method[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2019, 48(8): 0811001. (in Chinese).
- [31] 张国亭, 王宏, 朱庆林, 等. 电波大气折射误差精细化修正系统设计与验证[J]. *电波科学学报*, 2023, 38(6): 1074-1081.  
ZHANG G T, WANG H, ZHU Q L, *et al.*. Design and verification of high precision correction system for radio wave atmospheric refraction error[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2023, 38(6): 1074-1081. (in Chinese).
- [32] 成印河, 彭上博, 赵彬彬, 等. 两种数据在海洋大气折射环境中的应用评估[J]. *电波科学学报*, 2023, 38(3): 491-501.  
CHENG Y H, PENG SH B, ZHAO B B, *et al.*. Estimation of two reanalysis datasets on the application to atmospheric refractive environment over the global Sea[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2023, 38(3): 491-501. (in Chinese).
- [33] 段成林, 马传令, 曹建峰, 等. 一种低仰角对流层折射修正的新方法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(5): 1195-1199.  
DUAN CH L, MA CH L, CAO J F, *et al.*. A new method on tropospheric refraction correction at low elevation[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(5): 1195-1199. (in Chinese).
- [34] ØSTENSTAD P, MELTZER M M. Measuring refractivity profiles using shipborne unmanned aerial vehicle[C]. *Proceedings of the OCEANS 2023 - Limerick*, IEEE, 2023: 1-6.
- [35] 汪昭凯, 计一飞, 董臻, 等. 地基空间目标监视雷达大气折射误差修正方法研究[J]. *电波科学学报*, 2024, 39(3):

- 570-578.
- WANG ZH K, JI Y F, DONG ZH, *et al.*. Atmospheric refraction error correction approach for ground-based space-target surveillance radar[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2024, 39(3): 570-578. (in Chinese).
- [36] 唐新杰, 刘默然, 乔建东, 等. 空间目标监视雷达大气折射修正技术研究[J]. *电波科学学报*, 2024, 39(1): 148-155.
- TANG X J, LIU M R, QIAO J D, *et al.*. Atmospheric refraction correction technology for space target surveillance radar[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2024, 39(1): 148-155. (in Chinese).
- [37] LEWIS O, BRUNT C, KITCHEN M. A new method of retrieving atmospheric refractivity structure[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2023, 44(3): 749-785.
- [38] LEWIS O, BRUNT C, KITCHEN M, *et al.*. A new method of retrieving atmospheric refractivity[J]. *Proceedings of SPIE*, 2023, 12730: 127300G.
- [39] 田斌, 张允, 陈子豪, 等. ADS-B 信号在对流层大气波导中的传播性能[J]. *海军工程大学学报*, 2024, 36(1): 8-14.
- TIAN B, ZHANG S Y, CHEN Z H, *et al.*. Propagation performance of ADS-B signal in tropospheric atmospheric duct[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2024, 36(1): 8-14. (in Chinese).
- [40] 孙中琳, 刘清倦, 杨杰, 等. 一种自然通风防辐射罩的设计与研究[J]. *科学技术与工程*, 2021, 21(31): 13262-13267.
- SUN ZH L, LIU Q Q, YANG J, *et al.*. Design and research of a natural ventilation radiation shield[J]. *Science Technology and Engineering*, 2021, 21(31): 13262-13267. (in Chinese).
- [41] 雷连发, 卢建平, 朱磊, 等. 多通道地基微波辐射计大气遥感[J]. *遥感学报*, 2014, 18(1): 180-191.
- LEI L F, LU J P, ZHU L, *et al.*. Atmospheric remote sensing using multi-channel ground-based microwave radiometer[J]. *Journal of Remote Sensing*, 2014, 18(1): 180-191. (in Chinese).
- [42] 习锋杰, 杨轶, 韩凯, 等. 一种测量蒙气色差的方法及装置: 中国, 108152218A[P]. 2018-06-12.
- XI F J, YANG Y, HAN K, *et al.*. Method and device for measuring atmospheric refraction difference: CN, 108152218A[P]. 2018-06-12. (in Chinese).
- [43] 侯再红, 靖旭, 何枫, 等. 一种基于彩色相机通道差分的测量蒙气色差系统及方法: 中国, 115855835A[P]. 2023-03-28.
- HONG Z H, JING X, HE F, *et al.*. System and method for measuring gas color difference based on color camera channel difference: CN, 115855835A[P]. 2023-03-28. (in Chinese).
- [44] LI Y, HOU Z H, JING X, *et al.*. Comparison and analysis of the results of measuring chromatic dispersion angles based on the three-hole optical observation method[J]. *Applied Optics*, 2023, 62(25): 6705-6713.
- [45] 金群锋. 大气折射率影响因素的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- JIN Q F. *Study of factors affecting atmospheric refractive index*[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006. (in Chinese)
- [46] BARRELL H, SEARS J E. The refraction and dispersion of air and dispersion of air for the visible spectrum[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1939, 238(786): 1-64.
- [47] EDLÉN B. The dispersion of standard air[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1953, 43(5): 339-344.
- [48] EDLÉN B. The refractive index of air[J]. *Metrologia*, 1966, 2(2): 71-80.
- [49] ERICKSON K E. Investigation of the invariance of atmospheric dispersion with a long-path refractometer[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1962, 52(7): 777-780.
- [50] BIRCH K P, DOWNS M J. The results of a comparison between calculated and measured values of the refractive index of air[J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1988, 21(7): 694-695.
- [51] OWENS J C. Optical refractive index of air: dependence on pressure, temperature and composition[J]. *Applied Optics*, 1967, 6(1): 51-59.
- [52] PECK E R, REEDER K. Dispersion of air[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1972, 62(8): 958-962.
- [53] JONES F E. Simplified equation for calculating the refractivity of air[J]. *Applied Optics*, 1980, 19(24): 4129-4130.
- [54] JONES F E. The refractivity of air[J]. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1981, 86(1): 27-32.
- [55] MATSUMOTO H. The refractive index of moist air in the 3- $\mu$ m region[J]. *Metrologia*, 1982, 18(2): 49-52.
- [56] BIRCH K P, DOWNS M J. An updated Edlén equation for the refractive index of air[J]. *Metrologia*, 1993, 30(3): 155-162.
- [57] BIRCH K P, DOWNS M J. Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air[J]. *Metrologia*, 1994, 31(4): 315-316.



- [58] CIDDOR P E. Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared[J]. *Applied Optics*, 1996, 35(9): 1566-1573.
- [59] CIDDOR P E, HILL R J. Refractive index of air. 2. Group index[J]. *Applied Optics*, 1999, 38(9): 1663-1667.
- [60] RÜEGER J M. Report of the ad-hoc working party on refractive indices of light, infrared and radio waves in the atmosphere of the IAG Special Commission SC3-Fundamental Constants (SCFC)[C]. *Proceedings of the 22nd General Assembly of IUGG*, International Association of Geodesy, 1999.
- [61] RÜEGER J M. Refractive indices of light, infrared and radio waves in the atmosphere[R]. Sydney: School of Surveying and Spatial Information Systems, University of New South Wales, 2002.
- [62] 郝道银, 谈恒英. 工程光学[M]. 4 版. 北京: 机械工业出版社, 2016.  
YU D Y, TAN H Y. *Engineering Optics*[M]. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2016. (in Chinese).
- [63] RÜEGER J M. Refractive index formulae for radio waves[C]. *Proceedings of the FIG XXII International Congress*, 2002: 1-13.
- [64] THAYER G D. An improved equation for the radio refractive index of air[J]. *Radio Science*, 1974, 9(10): 803-807.
- [65] HASEGAWA S, STOKESBERRY D P. Automatic digital microwave hygrometer[J]. *Review of Scientific Instruments*, 1975, 46(7): 867-873.
- [66] BEVIS M, BUSINGER S, CHISWELL S, *et al.*. GPS meteorology: mapping zenith wet delays onto precipitable water[J]. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 1994, 33(3): 379-386.
- [67] LIEBE H J. MPM—An atmospheric millimeter-wave propagation model[J]. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 1989, 10(6): 631-650.
- [68] LIEBE H J. An updated model for millimeter wave propagation in moist air[J]. *Radio Science*, 1985, 20(5): 1069-1089.
- [69] LIEBE H J, HUFFORD G A, COTTON M. Propagation modeling of moist air and suspended water/ice particles at frequencies below 1000 GHz[C]. *Proceedings of the Atmospheric Propagation Effects Through Natural and Man-Made Obscurants for Visible to MM-Wave Radiation*, 1993: 8-32.
- [70] LI Y, JING X, HOU Z H, *et al.*. Research and analysis on the chromatic dispersion of the horizontal atmosphere near the ground[J]. *Proceedings of SPIE*, 2022, 12448: 124480Q.
- [71] 武鹏飞, 李玉剑, 邵士勇, 等. 基于格点化大气参数廓线模式的低仰角大气折射修正方法[J]. *光学学报*, 2017, 37(6): 0601004.  
WU P F, LI Y J, SHAO SH Y, *et al.*. Low elevation atmospheric refraction correction method based on gridding atmospheric parameter profile mode[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(6): 0601004. (in Chinese).

#### 作者简介:



侯再红(1968—), 男, 山西河津人, 博士生导师, 研究员, 1990 年于华中理工大学获得学士学位, 主要从事大气参数测量以及仪器设计方面的研究。E-mail: [zhhou@aiofm.ac.cn](mailto:zhhou@aiofm.ac.cn)