

文章编号

基于双敏感轴分解的检验质量刚度辨识

汤宁标^{1,2}, 杨中光^{1*}, 蔡志鸣¹, 方子若^{1,2}, 刘野^{1,2}, 胡海鹰^{1,2}, 李华旺^{1,2}

(1. 中国科学院微小卫星创新研究院, 上海 201304;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 检验质量刚度与位移耦合噪声作为残余加速度噪声的重要组成部分, 极大影响空间引力波探测性能, 需要辨识刚度以验证、优化控制效果, 满足噪声抑制需求。针对非同轴检验质量布局, 本文提出了一种基于双敏感轴分解的刚度辨识方法。首先, 构建检验质量与航天器间的相对动力学模型, 并将模型参数沿双敏感轴分解从而剥离航天器加速度扰动和主要的角加速度扰动对在轨辨识的影响。其次, 结合星内激光干涉仪、惯性传感器和相关控制环路, 设计在轨辨识方案并提出采用递归最小二乘辨识刚度的方法。最后, 开展数值仿真实验以验证方法性能。实验结果表明: 本文提出的刚度辨识方法可有效辨识检验质量敏感轴刚度, 在给定仿真条件下平均绝对误差小于 $5 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 均方根误差小于 $1.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, 最大稳态误差小于 $2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 可应用于后续引力波科学探测任务中。

关键词: 空间引力波探测; 检验质量; 刚度辨识; 双敏感轴分解; 递归最小二乘
中图分类号: V19 文献标识码: A

Identification of test mass stiffness based on dual sensitive axis decomposition

TANG Ning-biao^{1,2}, YANG Zhong-guang^{1*}, CAI Zhi-ming¹, FANG Zi-ruo^{1,2},
LIU Ye^{1,2}, HU Hai-ying^{1,2}, LI Hua-wang^{1,2}

(1. Innovation Academy for Microsatellites of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201304, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The coupling noise between test mass stiffness and displacement, as a significant component of residual acceleration noise, critically impacts the performance of space gravitational wave detection, making stiffness identification essential for validating and optimizing control strategies and satisfying the noise suppression requirements. For non-coaxial test mass configurations, this paper introduces a novel identification method based on dual sensitive axis decomposition. First, a relative dynamic model between the test mass and the spacecraft is constructed, and the model parameters are decomposed along the dual sensitive axis to isolate the influence of spacecraft acceleration disturbances and predominant angular acceleration disturbances on on-orbit identification. Second, utilizing onboard laser interferometers, inertial sensors, and associated control loops, an on-orbit identification scheme is designed and a stiffness identification method using recursive least squares is proposed. Finally, numerical simulations are conducted to verify the performance of the method. The experimental results demonstrate that the proposed stiffness identification method can effectively identify test mass stiffness on the sensitive axis. Under the given simulation conditions, the mean absolute error is less than $5 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, the root mean square error is less than $1.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, and the maximum steady-state error is less than $2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, indicating that the

method is applicable to future gravitational wave science missions.

Key words: Space gravitational wave detection; Test mass; Stiffness identification; Dual sensitive axis decomposition; Recursive least squares

1 引言

引力波探测是验证爱因斯坦广义相对论的关键。空间引力波探测将打开引力波毫赫兹频段窗口,在研究黑洞并合、宇宙起源等方面具有重大科学意义^[1-3]。

空间引力波探测的基本原理是利用引力波传播过程中产生的时空应变效应,将引力波信号转化为空间自由悬浮的两检验质量间皮米级的距离变化,并利用迈克尔逊形式的高精度激光干涉仪测量该变化。国际上最早的空间引力波探测项目是激光干涉空间天线计划^[4](Laser Interferometer Space Antenna, LISA),后来国内亦相继提出“太极”计划^[5]以及“天琴”计划^[6]。其共同特征是利用三个航天器在空间构成三角形编队,并基于上述原理探测中低频段(0.1 mHz~1 Hz)的引力波信号。其中 LISA 和“太极”运行在日心轨道,避开地球重力梯度噪声的影响,可实现全天区、不间断探测, LISA 臂长经多次调整后确定为 250 万公里,“太极”臂长为 300 万公里。“天琴”运行在地心轨道,臂长 17 万公里,受限于光照角度约束,天琴最长连续观测时间为 3 个月,每年累积观测时间 6 个月。

空间引力波探测系统灵敏度要求达到 10^{-21} 量级,对应需要实现优于 10^{-12} m·Hz^{-1/2} 量级的激光干涉测量光程噪声和优于 10^{-15} m·s⁻²·Hz^{-1/2} 量级的检验质量残余加速度噪声。为此必须通过无拖曳控制使检验质量处于自由悬浮状态,维持超低残余加速度水平,以作为激光干涉测量的惯性基准。

检验质量的残余加速度噪声主要由检验质量受到的直接扰动和位移耦合扰动组成^[7]。其中,直接扰动包括磁场干扰、宇宙射线、剩余气体、温度涨落等因素;位移耦合扰动是由于位移传感和控制环路引入的相对位移噪声和检验质量与航天器间的寄生刚度耦合,进而产生作用在检验质量上的加速度扰动。为方便表示,本文将该寄生刚度描述为检验质量刚度,受航天器器件特性、驱动配置等因素影响,该刚度可能为负值。

检验质量刚度与位移耦合噪声作为残余加速度噪声的重要组成部分,极大影响空间引力波探测性能^[8-13],需要辨识刚度以验证、优化控制效果,实现噪声抑制。LISA 技术验证星(LISA Pathfinder,

LPF)重点验证引力波无拖曳和激光测距性能^[14],目前关于检验质量刚度辨识相关研究也主要围绕其展开研究。Ziegler T 和 Fichter W^[15]从航天器和检验质量的差分动力学出发,结合最小二乘和工具变量辨识方法实现 LPF 检验质量的在轨刚度辨识,估计精度可达到 2%~3%。Nofrarias M^[16]等面向第二届 LPF 模拟数据挑战赛,使用贝叶斯框架估计 LISA 技术包仪器的简化模型参数,包括刚度、增益系数等,结果表明该方法可实现最佳可达到的误差,即 Cramér-Rao 界。Congedo G^[17]等从数据分析的角度出发,提出一种时域最大似然参数估计方法精确校准 LPF 关键系统参数,并通过独立噪声运行的蒙特卡罗实现有效性验证,其中刚度平均标准差与最佳拟合的样本标准差均优于 10^{-9} s⁻²量级。M Armano^[18]等使用迭代重加权最小二乘算法实现 LPF 检验质量刚度、静电增益系数等系统动力学参数的在轨标定,并讨论了其对于未来 LISA 任务的重要性。

在 LPF 任务中,两检验质量采用同轴布局,简化了动力学模型的推导和相关扰动噪声的处理。然而,对于 LISA、“太极”计划和“天琴”计划等空间引力波探测项目,两检验质量采用非同轴且呈 V 型的布局。这种配置不仅增加了动力学模型的复杂性,同时对于相关扰动噪声的处理也提出了更高的要求,导致 LPF 任务中的刚度辨识方法不再完全适用。为此,本文针对非同轴检验质量布局开展在轨刚度辨识研究,提出一种双敏感轴分解方法,剥离航天器加速度扰动和主要的角加速度扰动对在轨辨识的影响,设计在轨辨识方案并实现刚度辨识,最后通过数值仿真实验验证了本文方法的有效性。

2 动力学模型

2.1 基本定义

空间引力波探测航天器中非同轴检验质量布局如图 1 所示, S/C 为航天器平台, TM1 和 TM2 为检验质量 1 和检验质量 2, α 为移动光学组件 Moving Optical Sub-Assembly, MOSA) 的夹角, 两检验质量标称位置中心与航天器质心位于同一直线上。定义如下坐标系:

航天器本体坐标系 $O_0x_0y_0z_0$: 坐标系原点 O_0 位于航天器质心 CoM 处, y_0 轴沿两个干涉臂之间的对称轴指向外侧, z_0 轴指向太阳帆板, x_0 轴与 y_0 轴、 z_0 轴成右手坐标系。

TM1 坐标系 $O_1x_1y_1z_1$: 坐标系原点 O_1 位于 TM1 标称位置中心处, x_1 轴沿干涉臂向外, z_1 轴指向太阳帆板, y_1 轴与 x_1 轴、 z_1 轴成右手坐标系。

TM2 坐标系 $O_2x_2y_2z_2$: 坐标系原点 O_2 位于 TM2 标称位置中心处, x_2 轴沿干涉臂向外, z_2 轴指向太阳帆板, y_2 轴与 x_2 轴、 z_2 轴成右手坐标系。

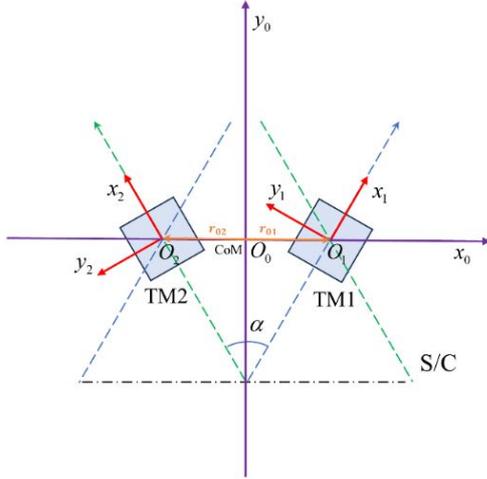


图 1 非同轴检验质量布局

Fig.1 Layout of non-coaxial test mass

根据空间引力波探测基本原理, x_1 、 x_2 轴为敏感轴, 需重点关注。为方便表示, 下文公式中涉及的力、刚度均为单位质量下的作用。

2.2 双敏感轴分解

航天器内部 TM1 和 TM2 采用非同轴且呈 V 型的布局, 从两检验质量相对位移出发, 构建检验质量与航天器间的相对动力学模型如下:

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{r}_{01} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r}_{01} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r}_{01} \times \boldsymbol{\omega}_B) + \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_{B1} \\ \ddot{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{r}_{02} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r}_{02} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r}_{02} \times \boldsymbol{\omega}_B) + \mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_{B2} \end{cases}, \quad (1)$$

其中, \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 为 TM1 和 TM2 相对标称位置的位移矢量; \mathbf{r}_{01} 、 \mathbf{r}_{02} 为航天器质心到 TM1 和 TM2 中心的位置矢量; $\boldsymbol{\omega}_B$ 为航天器的角速度; \mathbf{f}_1 、 \mathbf{f}_2 为作用在 TM1 和 TM2 上的力, 包括作用到检验质量上的刚度效应、静电力和偏置扰动; \mathbf{f}_{B1} 、 \mathbf{f}_{B2} 为在 TM1 和 TM2 坐标系下航天器本体受到的扰动力, 包括作用到航天器上的太阳光压、推力器噪声。

检验质量刚度主要由自引力刚度、磁刚度和静电刚度组成, 在实际的任务过程中, 自引力场、磁场以及静电因素引起的刚度变化远低于实际值^{[19]-[20]}, 故可以将刚度视为任务阶段内的恒定参数。本文只研究检验质量平动自由度, 并未涉及转动自由度。以 TM1 为例, 刚度与位移耦合作用可表示为:

$$\begin{bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ f_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1xx} & k_{1xy} & k_{1xz} \\ k_{1yx} & k_{1yy} & k_{1yz} \\ k_{1zx} & k_{1zy} & k_{1zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中, x_1 、 y_1 、 z_1 为 TM1 的三轴位移, k_{1mn} 为 TM1 的各轴刚度, f_{x1} 、 f_{y1} 、 f_{z1} 为 TM1 刚度与位移耦合作用的力, 其中 $m, n = x, y, z$ 。

TM2 刚度作用表示与式 (2) 相似。上述刚度矩阵中的主对角线元素起主要影响作用, 对于非主对角线元素即刚度交叉耦合项由于数值相对较小可忽略。

在检验质量的本体坐标系中, 记 TM1 和 TM2 受到的静电力分别为 \mathbf{f}_{m1} 、 \mathbf{f}_{m2} , 受到的偏置扰动分别为 \mathbf{f}_{D1} 、 \mathbf{f}_{D2} , 两检验质量敏感轴方向上航天器本体受到的扰动力分别为 f_{Bx1} 、 f_{Bx2} 。其中, 静电力和偏置扰动可表示为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{m1} \\ \mathbf{f}_{m2} \\ \mathbf{f}_{D1} \\ \mathbf{f}_{D2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{m1x_1} & f_{m2x_2} & f_{Dx_1} & f_{Dx_2} \\ f_{m1y_1} & f_{m2y_2} & f_{Dy_1} & f_{Dy_2} \\ f_{m1z_1} & f_{m2z_2} & f_{Dz_1} & f_{Dz_2} \end{bmatrix}^T. \quad (3)$$

将式 (1) 沿 TM1 敏感轴方向分解, 得到:

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_1 = (\mathbf{r}_{01} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r}_{01} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r}_{01} \times \boldsymbol{\omega}_B))_{x_1} + \\ k_{1xx}x_1 + f_{m1x_1} + f_{Dx_1} - f_{Bx_1} \\ \ddot{\mathbf{r}}_2 \cos \alpha - \ddot{\mathbf{r}}_2 \sin \alpha = (\mathbf{r}_{02} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r}_{02} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r}_{02} \times \boldsymbol{\omega}_B))_{x_1} + \\ (k_{2xx}x_2 + f_{m2x_2} + f_{Dx_2}) \cos \alpha - (k_{2yy}y_2 + f_{m2y_2} + f_{Dy_2}) \sin \alpha - f_{Bx_1} \end{cases}. \quad (4)$$

将式 (1) 沿 TM2 敏感轴方向分解, 得到:

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_2 = (\mathbf{r}_{02} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r}_{02} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r}_{02} \times \boldsymbol{\omega}_B))_{x_2} + \\ k_{2xx}x_2 + f_{m2x_2} + f_{Dx_2} - f_{Bx_2} \\ \ddot{\mathbf{r}}_1 \cos \alpha + \ddot{\mathbf{r}}_1 \sin \alpha = (\mathbf{r}_{01} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r}_{01} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r}_{01} \times \boldsymbol{\omega}_B))_{x_2} + \\ (k_{1xx}x_1 + f_{m1x_1} + f_{Dx_1}) \cos \alpha + (k_{1yy}y_1 + f_{m1y_1} + f_{Dy_1}) \sin \alpha - f_{Bx_2} \end{cases}. \quad (5)$$

记 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{02} - \mathbf{r}_{01}$, 表示 TM1 到 TM2 中心的位置矢量。

由式 (4) 消去航天器加速度扰动 f_{Bx1} , 得到:

$$\begin{aligned} & \ddot{\mathbf{r}}_2 \cos \alpha - \ddot{\mathbf{r}}_2 \sin \alpha - \ddot{\mathbf{r}}_1 = \\ & (\mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_B))_{x_1} + \\ & (k_{2xx}x_2 + f_{m2x_2} + f_{Dx_2}) \cos \alpha - \end{aligned} \quad (6)$$

$$(k_{2yy}y_2 + f_{m2y_2} + f_{Dy_2}) \sin \alpha - k_{1xx}x_1 - f_{m1x_1} - f_{Dx_1}$$

由式 (5) 消去航天器加速度扰动 f_{Bx2} , 得到:

$$\begin{aligned} & \ddot{\mathbf{r}}_1 \cos \alpha + \ddot{\mathbf{r}}_1 \sin \alpha - \ddot{\mathbf{r}}_2 = \\ & -(\mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_B))_{x_2} + \\ & (k_{1xx}x_1 + f_{m1x_1} + f_{Dx_1}) \cos \alpha + \end{aligned} \quad (7)$$

$$(k_{1yy}y_1 + f_{m1y_1} + f_{Dy_1}) \sin \alpha - k_{2xx}x_2 - f_{m2x_2} - f_{Dx_2}$$

根据矢量叉乘运算, 角速度和角加速度相关项可表示为:

$$\begin{aligned} A_{\Omega} &= \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_B + 2\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_B) \\ &= \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} (r_y \dot{\omega}_z - r_z \dot{\omega}_y) + 2(r_y \omega_z - r_z \omega_y) + (r_x \omega_y^2 + r_x \omega_z^2 - r_y \omega_x \omega_z - r_z \omega_x \omega_y) \\ (r_z \dot{\omega}_x - r_x \dot{\omega}_z) + 2(r_z \omega_x - r_x \omega_z) + (r_y \omega_z^2 + r_y \omega_x^2 - r_x \omega_x \omega_z - r_z \omega_x \omega_y) \\ (r_x \dot{\omega}_y - r_y \dot{\omega}_x) + 2(r_x \omega_y - r_y \omega_x) + (r_z \omega_x^2 + r_z \omega_y^2 - r_x \omega_x \omega_z - r_y \omega_x \omega_y) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

记 $\Phi_1 = \angle(x_0, x_1)$, $\Phi_2 = \angle(x_0, x_2)$, 根据检验质量运动状态可知, r_x 远远大于 r_y 、 r_z , 将式 (8) 分别代入式 (6) 和式 (7) 消去主要的角加速度扰动 $r_x \alpha_x$ 、 $r_x \alpha_y$, 得到:

$$\begin{aligned} & \sin \Phi_1 (\ddot{x}_1 \cos \alpha + \ddot{x}_2 \sin \alpha - \ddot{x}_0) + \\ & \sin \Phi_2 (\ddot{x}_2 \cos \alpha - \ddot{x}_1 \sin \alpha - \ddot{x}_0) + A_{\text{ax}} \sin(\Phi_1 - \Phi_2) = \\ & \sin \Phi_1 \left(\begin{aligned} & (k_{1xx} x_1 + f_{m_{x1}} + f_{D_{x1}}) \cos \alpha + (k_{1yy} y_1 + f_{m_{y1}} + f_{D_{y1}}) \sin \alpha \\ & - k_{2xx} x_2 - f_{m_{x2}} - f_{D_{x2}} \end{aligned} \right) + \\ & \sin \Phi_2 \left(\begin{aligned} & (k_{2xx} x_2 + f_{m_{x2}} + f_{D_{x2}}) \cos \alpha - (k_{2yy} y_2 + f_{m_{y2}} + f_{D_{y2}}) \sin \alpha \\ & - k_{1xx} x_1 - f_{m_{x1}} - f_{D_{x1}} \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

由于本文在辨识过程中未施加航天器本体激励信号, 故 A_{ax} 数值较小可以忽略不计, 将上式写成矩阵形式, 可表示为:

$$\begin{bmatrix} \sin \Phi_1 \cos \alpha - \sin \Phi_2 \\ \sin \Phi_2 \cos \alpha - \sin \Phi_1 \\ \sin \Phi_1 \sin \alpha \\ -\sin \Phi_2 \sin \alpha \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} k_{1xx} x_1 \\ k_{2xx} x_2 \\ k_{1yy} y_1 \\ k_{2yy} y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{m_{x1}} \\ f_{m_{x2}} \\ f_{m_{y1}} \\ f_{m_{y2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{D_{x1}} \\ f_{D_{x2}} \\ f_{D_{y1}} \\ f_{D_{y2}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (10)$$

上述公式在构建检验质量与航天器间的相对动力学模型基础上, 将参数沿双敏感轴方向分解, 有效剥离了航天器加速度扰动和主要的角加速度扰动对在轨辨识的影响, 得到非同轴情况下的检验质量动力学方程, 为后续参数辨识提供了理论基础。

3 在轨参数辨识

3.1 在轨辨识方案

无拖曳控制主要有位移模式和加速度计模式^[21], 两种模式都可以实现对航天器非保守力的抑制, 但是具体作用方式存在区别。其中位移模式为航天器通过微推跟随检验质量运动, 直接实现无拖曳控制; 加速度计模式为检验质量受静电力作用跟随航天器运动, 此时静电力大小与航天器所受到的非保守力相等, 反馈给控制器施加反推力, 从而实现无拖曳控制。

本文设计的在轨辨识方案如图 2 所示, 包括航天器在轨环境、闭环控制与数据采样、双敏感轴分解动力学和在轨参数辨识部分。

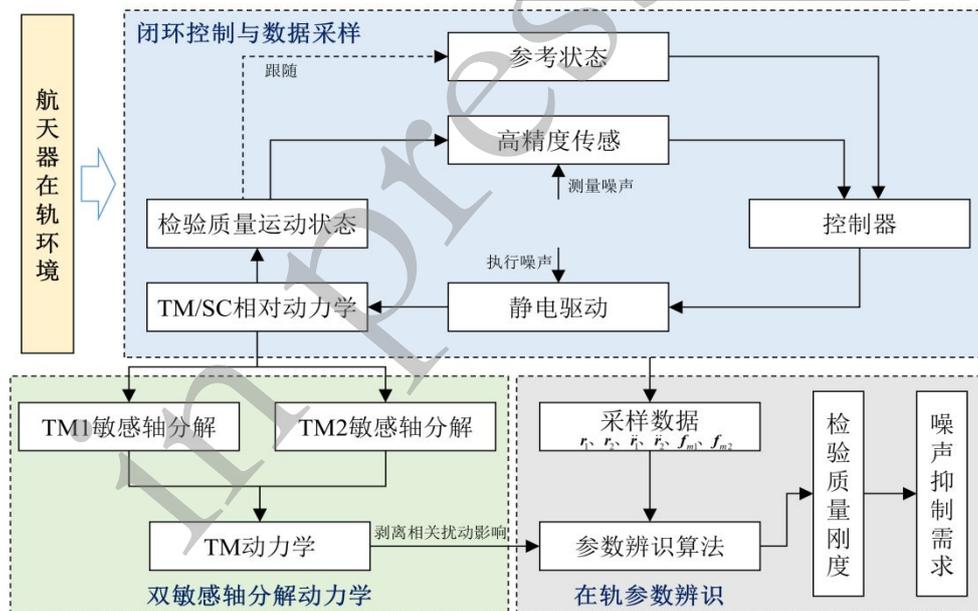


图 2 在轨辨识方案

Fig.2 On-orbit identification scheme

根据动力学推导可知刚度辨识的必要条件是控制检验质量与航天器发生相对位移变化, 为此结合航天器在轨环境变化, 通过闭环控制回路改变检验质量的运动状态, 从而产生信号激励。在未施加激励的情况下, 检验质量工作在加速度计模式下, 位置始终保持在电极笼中心。在施加激励的情况下, 检验质量的运动状态在控制器的调整下跟随参考状态。闭环控制回路基于检验质量与航天器间的相对动力学模型, 采用静电驱动控制, 同时结合星上高

精度传感装置和控制回路, 采样相关参数数据。其中, 对于检验质量敏感轴方向的位移选择使用精度相对更高的星内激光干涉仪测量, 非敏感轴方向使用惯性传感器测量, 检验质量的加速度和受到的静电力通过惯性传感器与静电控制回路得到^{[22]-[23]}。最后基于双敏感轴分解得到的检验质量动力学模型和上述采样数据, 剥离相关扰动影响, 并通过参数辨识算法实现检验质量刚度辨识, 进而验证、优化控制效果, 满足任务期间的噪声抑制需求。

3.2 控制器设计

检验质量受到偏置扰动影响, 其运动状态随着时间的增加会发生漂移, 考虑到检验质量与电极笼的间距为 mm 量级, 若不施加控制存在一定的撞击风险。此外, 由检验质量动力学可知运动状态影响刚度辨识效果。因此在辨识过程中需要通过闭环控制回路实时反馈调节静电力大小使得检验质量运动状态满足设定要求。

本文研究重点为检验质量刚度辨识而非高精度无拖曳控制, 为简化系统模型, 采用相对简单且常用的比例微分控制器 (Proportional-Derivative, PD) 来实现静电力控制。PD 控制器可以有效减少系统的超调和振荡, 提高系统的稳定性和响应速度。控制器的输入为位移传感得到的检验质量运动状态与参考状态间的误差, 输出为施加静电力的大小, 控制器的传递函数可表示为:

$$G(s) = K_p + K_d \frac{Ns}{s+N}, \quad (11)$$

其中, K_p 、 K_d 为比例、微分系数, N 为滤波器系数。

3.3 参数辨识算法

由于式 (10) 中的刚度和偏置扰动组合项均为一次项, 故该问题为线性参数辨识。分离待辨识参数和测量参数, 将式 (10) 进一步写为:

$$K \begin{bmatrix} f_{m_1x_1} \\ f_{m_2x_2} \\ f_{m_1y_1} \\ f_{m_2y_2} \end{bmatrix} = [K\Lambda \quad 1] \begin{bmatrix} k_{1xx} \\ k_{2xx} \\ k_{1yy} \\ k_{2yy} \\ R \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中, 系数矩阵:

$$K = \begin{bmatrix} \sin\Phi_1 \cos\alpha - \sin\Phi_2 \\ \sin\Phi_2 \cos\alpha - \sin\Phi_1 \\ \sin\Phi_1 \sin\alpha \\ -\sin\Phi_2 \sin\alpha \end{bmatrix}^T, \quad (13)$$

$$\Lambda = \text{diag}(x_1, x_2, y_1, y_2), \quad (14)$$

偏置扰动组合项:

$$R = K \begin{bmatrix} f_{Dx1} & f_{Dx2} & f_{Dy1} & f_{Dy2} \end{bmatrix}^T, \quad (15)$$

则式 (10) 可以等价:

$$y = \psi^T \theta, \quad (16)$$

其中, y 为输出矩阵, ψ^T 为权重矩阵, θ 为待辨识参数, 包括刚度和偏置扰动组合项。

线性参数辨识算法已较为成熟, 在采样数据精度较高且模型结构合理的条件下, 可有效实现参数估计。考虑到星上计算资源限制、参数辨识实时性、鲁棒性等因素, 本文采用递归最小二乘算法实现参数的在线估计。其基本原理是最小化残差平方和, 并通过遗忘因子调整新旧数据权重, 具

体算法更新公式如下:

$$\begin{cases} K_n = \frac{P_{n-1}\psi_n}{\lambda + \psi_n^T P_{n-1} \psi_n} \\ \hat{\theta}_n = \hat{\theta}_{n-1} + K_n (y_n - \psi_n^T \hat{\theta}_n) \\ P_n = \frac{1}{\lambda} (I - K_n \psi_n^T) P_{n-1} \end{cases}, \quad (17)$$

其中, $\hat{\theta}_n$ 为递归待辨识参数, λ 为遗忘因子, K_n 为增益矩阵, P_n 为协方差矩阵, 下标为采样点 ($n = 1, 2, \dots, N$)。算法初始化时给出相应的 P_0 、 $\hat{\theta}_0$ 值。

4 数值仿真实验

为了验证本文提出刚度辨识方法的有效性, 通过 Matlab/Simulink 软件开展数值仿真实验。

4.1 基本仿真环境

本文仿真设置引力波探测航天器运行在日心轨道, 落后地球约 20° , 太阳矢量与航天器帆板法向成 30° 夹角, 航天器内部两检验质量标称位置中心与 MOSA 链接处构成边长 0.4 m 的等边三角形。结合空间引力波探测基本原理, 重点关注检验质量敏感轴刚度, 即 k_{1xx} 、 k_{2xx} 。因此设置检验质量沿敏感轴呈正弦形式的运动状态, 非敏感轴则保持该轴标称位置。系统采样频率为 10 Hz, 仿真时间 1200 s, 具体仿真参数见表 1。

表 1 数值仿真实验参数设置

Tab.1 Numerical simulation experiment parameter settings

参数	数值
航天器转动惯量/(kg·m ²)	diag(450,450,450)
TM1 刚度/s ⁻²	[1,1,1] × 10 ⁻⁷
TM2 刚度/s ⁻²	[1,1,1] × 10 ⁻⁷
r_1 参考状态/m	[10sin(2πt/300),0,0] × 10 ⁻⁶
r_2 参考状态/m	[10sin(2πt/300),0,0] × 10 ⁻⁶
f_{d1} /(m·s ⁻²)	[1,1,1] × 10 ⁻¹⁰
f_{d2} /(m·s ⁻²)	[1,1,1] × 10 ⁻¹⁰

此外, 在仿真过程中考虑检验质量位移、加速度的测量噪声以及静电力执行噪声对参数辨识的影响, 噪声类型为零均值的高斯白噪声, 具体噪声设置见表 2。

表 2 测量噪声与执行噪声设置

Tab.2 Measuring noise and executing noise settings

参数	获得途径	高斯白噪声均方差
敏感轴位移/m	星内激光干涉仪	1 × 10 ⁻¹¹
非敏感轴位移/m	惯性传感器	1 × 10 ⁻⁸
加速度/(m·s ⁻²)	惯性传感器	1 × 10 ⁻¹²

静电力/(m·s⁻²) 静电控制回路 1×10⁻¹²

为量化参数辨识效果，使用平均绝对误差 (Mean absolute error, MAE) 和均方根误差 (Root mean square error, RMSE) 作为评价指标，同时定义最大稳态误差 E_{max} 以进一步评估参数辨识的稳定性和最终性能，具体计算公式如下：

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{\theta}_n - \theta_n|, \quad (18)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\theta}_n - \theta_n)^2}, \quad (19)$$

$$E_{\max} = \max_{n \in [n_s, n_f]} |\hat{\theta}_n - \theta_n|, \quad (20)$$

其中， n_s 为系统收敛即稳态开始时间， n_f 为系统结束时间，定义稳态条件为参数变化小于对应真值大小的 0.1% 且持续时间超过一分钟。

4.2 检验质量运动状态

基于检验质量与航天器间的相对动力学模型，设置相关参数初值并采用四阶 Runge-Kutta 方法求解二阶常微分方程的数值解，得到检验质量在静电力、偏置扰动等作用下的运动状态。为保证该运动状态符合参考状态要求，使用 PD 控制器调整静电电力的大小。经过调试整定，设置检验质量敏感轴控制器参数 $K_P=0.05$ 、 $K_D=0.1$ 、 $N=1$ ，非敏感轴控制器参数 $K_P=0.1$ 、 $K_D=0.1$ 、 $N=1$ ，此外为保证静电力控制精度以及防止施加静电力过大所带来的风险，控制静电力最大执行输出为 $5 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。由于 TM1 和 TM2 跟随同一参考状态运动，在相同控制器作用下，两者的运动状态相似。以 TM1 为例，控制效果如图 3、4、5 所示。

控制施加的最大静电力小于约束条件，稳定后施加的静电力小于 $1 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，其中由于敏感轴添加了激励信号且测量精度更高，噪声扰动影响小，施加的静电力形式较为稳定，近似为正弦信号，非敏感轴施加静电力主要抵消各类噪声扰动以维持该轴标称位置，因此变化更为复杂。

检验质量加速度与静电力的变化趋势相似，最大加速度小于 $6 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，稳定后加速度小于 $1 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。敏感轴位移与参考状态间的最大控制误差小于 $9 \times 10^{-7} \text{ m}$ ，稳定后最大控制误差小于 $1 \times 10^{-7} \text{ m}$ ，非敏感轴位移与参考状态间的最大控制误差小于 $5 \times 10^{-8} \text{ m}$ ，近乎维持标称位置不动。控制器收敛速度快，稳态误差小，效果满足刚度辨识的任务需求。

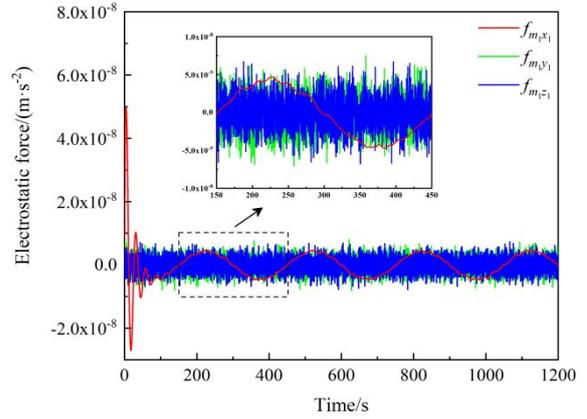


图 3 由控制施加的静电力
Fig.3 Electrostatic force applied by control

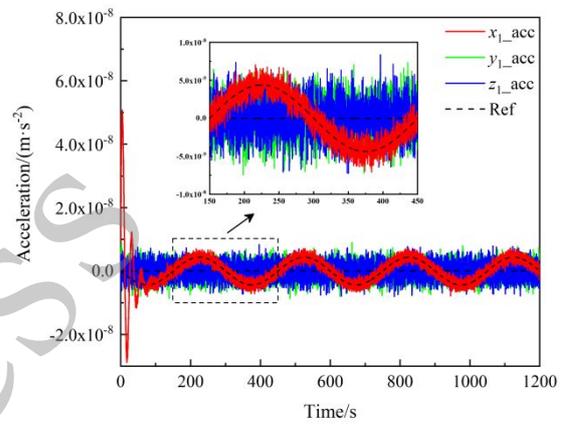


图 4 检验质量加速度
Fig.4 Acceleration of test mass

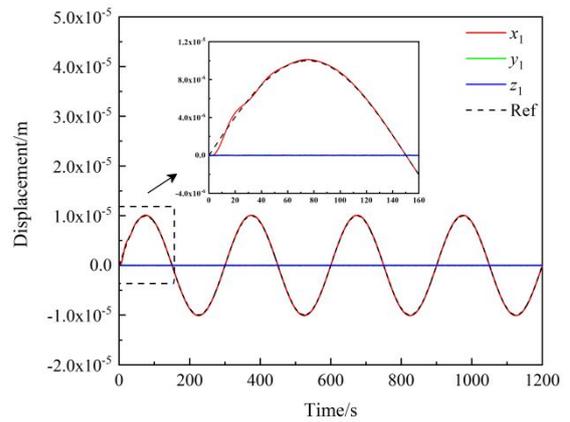


图 5 检验质量位移
Fig.5 Displacement of test mass

4.3 参数辨识效果

在上述控制基础上采样相关数据，使用递归最小二乘算法实现参数估计，由于本文待辨识的参数为常量，结合仿真数据的实际量级，设置 $\hat{\theta}_0 = \mathbf{0}_{5 \times 1}$ ， $P_0 = 10^{10}$ ， $\lambda = 1$ 。辨识曲线如图 6、7 所示，该方法可

实现敏感轴刚度以及偏置扰动组合项的有效辨识。其中敏感轴刚度的 MAE 小于 $5 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, RMSE 小于 $1.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, E_{\max} 小于 $2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ 。对于非敏感轴方向, 由于未施加激励信号仅维持在标称位置, 系统响应不明显, 未能实现刚度的有效辨识。具体参数辨识精度见表 3。

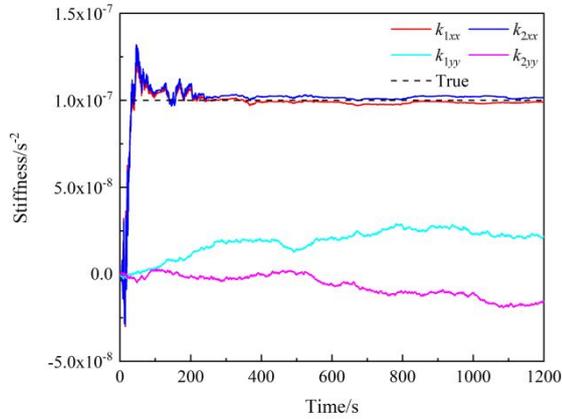


图 6 检验质量刚度辨识曲线

Fig.6 Identification curve of test mass stiffness

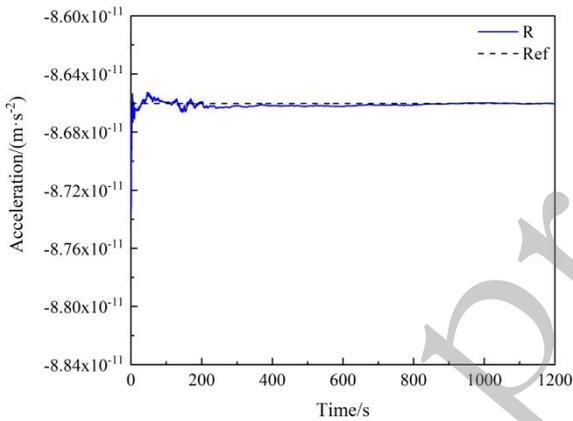


图 7 偏置扰动组合项辨识曲线

Fig.7 Identification curve of bias disturbance combination

表 3 参数辨识精度

Tab.3 Identification accuracy of parameters

参数	MAE	RMSE	E_{\max}
k_{1xx}/s^{-2}	3.8726×10^{-9}	1.3753×10^{-8}	1.6792×10^{-9}
k_{2xx}/s^{-2}	4.5863×10^{-9}	1.4114×10^{-8}	1.7344×10^{-9}
k_{1yy}/s^{-2}	8.1416×10^{-8}	8.1765×10^{-8}	未收敛
k_{2yy}/s^{-2}	1.0652×10^{-7}	1.0671×10^{-7}	未收敛
$R/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	1.4004×10^{-14}	2.7194×10^{-14}	1.9547×10^{-13}

分别设置刚度真值为 $1 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$ 、 $2 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$ 、 $-1 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$ 、 $-2 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$, 对应序号 a 、 b 、 c 、 d , 观察不同情况下的辨识曲线, 如图 8 所示。实验结果表明该方法对于不同条件下的刚度参数均有着较好的辨识效果。

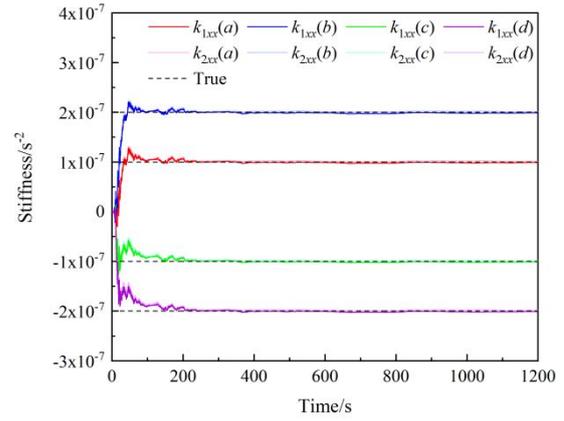


图 8 不同刚度真值情况下的辨识曲线

Fig.8 Identification curve of different stiffness true values

4.4 双敏感轴分解效果

为验证本文提出的双敏感轴分解方法的有效性, 比较不同动力学分析方法下的敏感轴刚度辨识效果, 具体分类如下:

方法 A: 基于检验质量与航天器间的相对动力学, 该情况下航天器加速度扰动为待辨识参数;

方法 B: 检验质量单敏感轴分解, 仅消去航天器加速度扰动;

方法 C: 检验质量双敏感轴分解, 消去航天器加速度扰动和主要的角加速度扰动。

上述三种方法的辨识效果如图 9、10 所示。其中方法 A 的辨识效果最差, 敏感轴刚度的 MAE 和 RMSE 均大于 $2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-2}$, 难以收敛, 无法实现参数辨识。方法 B 通过检验质量双敏感轴分解, 消去航天器未知的加速度扰动, 一定程度上提高了辨识效果, 但是受航天器角速度以及角加速度扰动影响, 辨识效果依旧不明显, 敏感轴刚度的 MAE、RMSE 和 E_{\max} 均大于 $5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$ 。方法 C 即本文提出的双敏感轴分解方法, 消去航天器加速度扰动和主要的角加速度扰动, 并在此基础上忽略其余角速度以及角加速度相关小量, 有效实现检验质量敏感轴刚度辨识, 且具有较高的精度。

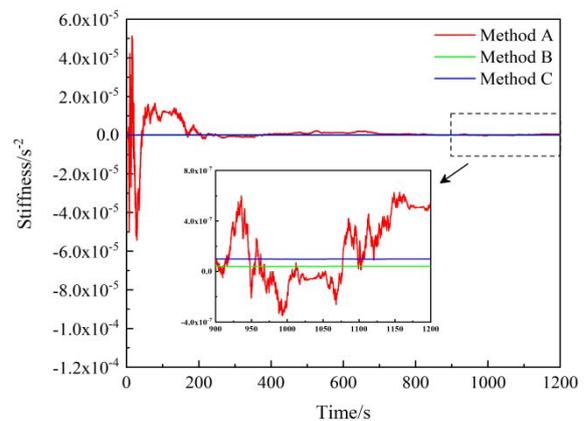


图 9 不同方法的辨识曲线

Fig.9 Identification curve of different methods

5 总结

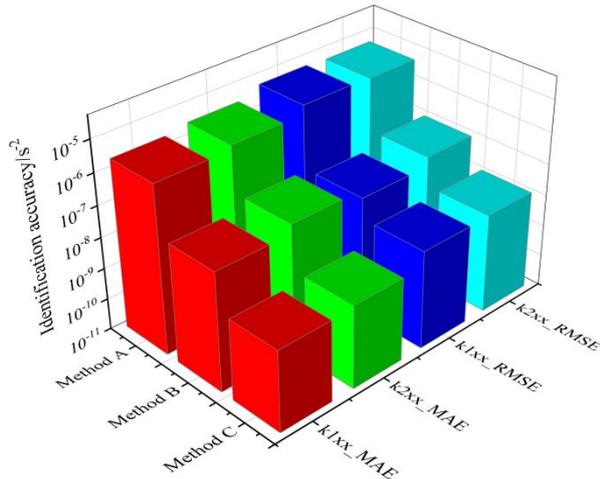


图 10 不同方法的辨识精度

Fig.10 Identification accuracy of different methods

本文提出的基于双敏感轴分解的刚度辨识方法在构建检验质量与航天器间的相对动力学模型基础上,成功剥离了航天器加速度扰动和主要的角加速度扰动对在轨辨识的影响。设计了合理可行的在轨辨识方案,并使用递归最小二乘算法有效实现了非同轴情况下的检验质量刚度辨识。实验结果表明,在给定的仿真条件下,检验质量敏感轴刚度的 MAE 小于 $5 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, RMSE 小于 $1.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, E_{\max} 小于 $2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 辨识方法简单且精度较高。本研究为空间引力波探测中无拖曳控制等刚度辨识需求提供了解决方案,同时对于地球重力场观测、微重力实验等领域也具有一定的参考价值。后续将进一步优化信号激励方案以及参数辨识算法等关键因素,提高实际应用中的参数辨识性能。

参考文献:

- [1] GIAMMARCHI M, RICCI F. Gravitational Waves, Event Horizons and Black Hole Observation: A New Frontier in Fundamental Physics[J]. *Symmetry*, 2022, 14(11): 2276.
- [2] MASTROGIOVANNI S, KARATHANASIS C, GAIR J, et al. Cosmology with gravitational waves: A review[J]. *Annalen der Physik*, 2024, 536(2): 2200180.
- [3] 吴岳良, 胡文瑞, 王建宇, 等. 空间引力波探测综述与拟解决的科学问题[J]. *空间科学学报*, 2023, 43(4): 589-599.
WU Y L, HU W R, WANG J Y, et al. Review and Scientific Objectives of Spaceborne Gravitational Wave Detection Missions[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2023, 43(4): 589-599. (in Chinese)
- [4] BAYLE J B, BONGA B, CAPRINI C, et al. Overview and progress on the Laser Interferometer Space Antenna mission[J]. *Nature Astronomy*, 2022, 6(12): 1334-1338.
- [5] LUO Z R, WANG Y, WU Y L, et al. The Taiji program: A concise overview[J]. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, 2021(5): 05A108.
- [6] MEI J W, BAI Y Z, BAO J H, et al. The TianQin project: Current progress on science and technology[J]. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, 2021(5): 05A107.
- [7] 罗子人, 白嫻, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. *力学进展*, 2013, 43(4): 415-447.
LUO Z R, BAI S, BIAN X, et al. Space laser interferometry gravitational wave detection[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(4): 415-447. (in Chinese)
- [8] 范一迪, 王鹏程, 芦苇, 等. 双检验质量无拖曳卫星鲁棒控制[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2023, 10(3): 310-321.
FAN Y D, WANG P C, LU W, et al. Robust controller design for drag-free satellites with two test masses[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2023, 10(3): 310-321. (in Chinese)
- [9] 苟兴宇, 王丽娇, 许现民, 等. 位移无拖曳控制的动力学协调条件研究[J]. *宇航学报*, 2024, 45(4): 540-549.
GOU X Y, WANG L J, XU X M, et al. Study on Dynamic Coordination Condition of Displacement Drag-free Control[J]. *Journal of Astronautics*, 2024, 45(4): 540-549. (in Chinese)
- [10] YUE C L, JIAO B H, DANG Z H, et al. A review on DFACS (II): Modeling and analysis of disturbances and noises[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(5): 120-147.
- [11] HAO L W, ZHANG Y C. Design and Analysis of the Integrated Drag-Free and Attitude Control System for TianQin Mission: A Preliminary Result[J]. *Aerospace*, 2024, 11(6): 416.
- [12] WANG J H, GUO X, MA Z J, et al. A Low Fuel-Consumption Drag-Free Tracking Approach for Space-Based Gravitational

- Wave Detection Satellite[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(2): 1545-1555.
- [13] VIDANO S, NOVARA C, COLANGELO L, et al. The LISA DFACS: A nonlinear model for the spacecraft dynamics[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 107: 106313.
- [14] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, et al. Beyond the required LISA free-fall performance: New LISA pathfinder results down to 20 μHz [J]. *Physical review letters*, 2018, 120(6): 061101.
- [15] ZIEGLER T, FICHTER W. Test mass stiffness estimation for the LISA Pathfinder drag-free system[C]. *AIAA guidance, navigation and control conference and exhibit*, AIAA, 2007: 6669.
- [16] NOFRARIAS M, RÖVER C, HEWITSON M, et al. Bayesian parameter estimation in the second LISA Pathfinder mock data challenge[J]. *Physical Review D*, 2010, 82(12): 122002.
- [17] CONGEDO G, FERRAIOLI L, HUELLER M, et al. Time domain maximum likelihood parameter estimation in LISA Pathfinder data analysis[J]. *Physical Review D*, 2012, 85(12): 122004.
- [18] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, et al. Calibrating the system dynamics of LISA Pathfinder[J]. *Physical Review D*, 2018, 97(12): 122002.
- [19] WEBER W J, BORTOLUZZI D, CAVALLERI A, et al. Position sensors for flight testing of LISA drag-free control[J]. *Gravitational-Wave Detection*, 2003, 4856: 31-42.
- [20] ARMANO M, AUDLEY H, AUGER G, et al. Constraints on LISA Pathfinder's self-gravity: design requirements, estimates and testing procedures[J]. *Classical and quantum gravity*, 2016, 33(23): 235015.
- [21] JIAO B H, LIU Q F, DANG Z H, et al. A review on DFACS (I): System design and dynamics modeling[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(5): 92-119.
- [22] 王娟, 齐克奇, 王少鑫, 等. 面向空间引力波探测的激光干涉技术研究进展及展望[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*, 2024, 54(7): 109-127.
- WANG J, QI K Q, WANG S X, et al. Advance and prospect in the study of laser interferometry technology for space gravitational wave detection[J]. *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2024, 54(7): 109-127. (in Chinese)
- [23] 王少鑫, 郭伟川, 赵平安, 等. 空间引力波探测惯性传感器及其关键技术[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*, 2024, 54(7): 91-108.
- WANG S X, GUO W C, ZHAO P A, et al. Inertial sensor for space gravitational wave detection and its key technologies[J]. *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2024, 54(7): 91-108. (in Chinese)

作者简介: 汤宁标(2000-), 男, 江苏盐城人, 博士研究生, 主要从事科学卫星总体设计、参数辨识等方面的研究。E-mail: tangningbiao@microsat.com