

文章编号

# 多阶段偏差修正模型的检验质量磁场重建

刘野<sup>1,2</sup>, 侍行剑<sup>1</sup>, 蔡志鸣<sup>1</sup>, 杨文哲<sup>1</sup>, 李华旺<sup>1\*</sup>

(1. 中国科学院微小卫星创新研究院, 上海 201304;  
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 为了精确评估空间引力波探测任务中检验质量所受到的磁场波动、磁场梯度波动噪声, 本文提出了多阶段偏差修正模型MSBCM对检验质量处磁场进行精确重建。在集成学习方法的基础上, 本文构建了标准全连接神经网络模块和残差全连接神经网络模块作为多阶段偏差修正模型的弱预测模型, 每个弱预测模型都将对前序模型的预测偏差进行修正, 最终构成强预测模型, 实现对检验质量处磁场的精确重建。在对LISA Pathfinder、eLISA和太极二号空间引力波探测航天器的检验质量处磁场重建实验中, MSBCM方法相比其他方法在敏感轴方向的平均相对误差最小。模拟在轨实验中, MSBCM方法重建检验质量1敏感轴方向的磁场波动和磁场梯度波动加速度噪声的均方根误差分别为 $1.68 \times 10^{-17}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>)和 $4.00 \times 10^{-17}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>)。此外, MSBCM在重建检验质量2敏感轴方向的磁场波动和磁场梯度加速度噪声的均方根误差仅次于距离加权法, 分别为 $1.72 \times 10^{-16}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>) 和 $2.93 \times 10^{-16}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>), 充分验证了本文提出方法在评估在轨空间引力波探测检验质量处磁场的优势。

**关键词:** 空间引力波探测; 磁场重建; 集成学习; 多阶段偏差修正

中图分类号: V19

文献标识码: A

## Magnetic Field Reconstruction at Test Mass Using the Multi-stage Bias Correction Model

LIU Ye<sup>1,2</sup>, SHI Xing-jian<sup>1</sup>, CAI Zhi-ming<sup>1</sup>, YANG Wen-zhe<sup>1</sup>, LI Hua-wang<sup>1\*</sup>

(1. Innovation Academy for Microsatellites of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201304, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** To precisely evaluate the noise from magnetic field and magnetic gradient fluctuations affecting test masses in space gravitational wave detection missions, a Multi-stage Bias Correction Model (MSBCM) is studied for the accurate reconstruction of magnetic fields at test mass. Built upon ensemble learning techniques, the MSBCM employs both standard fully connected neural network modules and residual fully connected neural network modules as weak predictors. Each weak predictor sequentially corrects the prediction biases from the preceding model, cumulatively forming a robust predictive model that achieves precise magnetic field reconstruction at test mass locations. Magnetic field reconstruction experiments conducted on the LISA Pathfinder, eLISA, and Taiji-2 space gravitational wave detection spacecraft, and the proposed MSBCM method demonstrates the lowest mean relative errors along sensitive axes in comparison with other interpolation or estimation methods. In simulating on-orbit experiments, the MSBCM method achieves the root mean square error of magnetic field fluctuations and gradient fluctuations in acceleration noise on the sensitive axis of test mass 1 of  $1.68 \times 10^{-17}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>) and  $4.00 \times 10^{-17}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>), respectively. Additionally, MSBCM closely only to the distance weighted method in minimizing the root mean square error for magnetic field fluctuations and gradient acceleration noise on the sensitive axis of test mass 2, records at  $1.72 \times 10^{-16}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>) and  $2.93 \times 10^{-16}$  (m/s<sup>2</sup>/Hz<sup>1/2</sup>), further validating the advantages of

收稿日期: xxxx-xx-xx; 修订日期: xxxx-xx-xx

基金项目: 国家重点研发计划 (No. 2020YFC2200901)

National Key Research and Development Program of China (No. 2020YFC2200901)

**Key words:** Space Gravitational Wave Detection; Magnetic Field Reconstruction; Ensemble Learning; Multi-stage Bias Correction

## 1 引言

受限于地球表面震动和干涉臂长等限制,地基引力波探测器<sup>0</sup>难以探测到中低频段的引力波信号,此外,中低频段的引力波信号被认为对应着更为丰富的波源信息,如中等和超大质量比黑洞绕转系统、星系合并引起的超大质量黑洞合并等波源。因此,需要开展空间引力波探测任务,来探测 1m-Hz-1Hz 频段的引力波信号<sup>[2]</sup>。目前国际上的空间引力波探测项目主要包括 LISA (Laser Interferometer Space Antenna) 计划、太极(Taiji)计划和天琴(Tianqin)计划,空间引力波探测任务主要采用三星编队的形式,三颗卫星两两之间形成一条干涉链路,每颗卫星上的两个检验质量(Test mass, TM)作为激光干涉的端点,通过无拖曳控制使其自由悬浮,并沿测地线运动。惯性传感器是空间引力波探测任务的核心载荷之一,它能够保护检验质量尽可能免受磁场波动、温度涨落、残余气体的撞击等杂散力噪声干扰<sup>[3]</sup>,使检验质量沿测地线运动。

为了使惯性传感器中的检验质量沿着测地线自由运动,必须对其所受的各种加速度噪声进行实时高精度评估<sup>[4]</sup>,其中卫星磁场和星际磁场是惯性传感器加速度噪声的主要来源之一。为了尽可能减少卫星磁场对检验质量产生的加速度噪声影响,空间引力波探测航天器在设计时,应尽量选用无磁材料。但目前许多光学平台器件采用殷刚等磁性材料进行结构设计,宋等人在进行主约束子单元结构设计时,提出可以使用零膨胀系数的殷刚等材料<sup>[5]</sup>;郭等人设计的多功能光压缩器中,半整块非简并光学参量振荡腔等器件被固定在殷刚底座上<sup>[6]</sup>;凤等人在设计碳化硅主反射镜时也采用殷刚材料设计结构。因此,在空间引力波探测任务中,需要对航天器光学平台以及其他含有磁性材料单机在检验质量处产生的磁场噪声干扰进行精确估计。

现有的主要方案考虑在航天器上检验质量附近放置几个磁强计对其附近磁场进行实时监测,并根据磁强计读数,采用磁场插值方法对检验质量所在敏感区域的磁场进行重建。在 LISA Pathfinder 中,为了评估检验质量附近的磁场噪声,航天器上装载了一个磁诊断子系统<sup>[7]</sup>。2015 年, Mateos 等人针对 eLISA(Evolved Laser Interferometer Space Antenna)任务考虑采用高灵敏度和小尺寸的传感器,即各向

异性磁电阻传感器(Anisotropic Magneto Resistance, AMR)<sup>[8]</sup>,取得了更优的重建精度<sup>[9]</sup>。

目前,针对空间引力波探测的磁场重建方法主要分为两类:一类是需要利用磁源模型先验信息的方法,包括神经网络法、贝叶斯法;另一类是无需磁源模型先验信息的插值方法。Diaz-Aguiló 等人对 LISA Pathfinder 的磁场重建进行了相关研究,率先采用神经网络法对于检验质量位置处的磁场进行重建,使磁场和梯度估计误差降低到 10%以下<sup>[10]</sup>,但受限于磁强计数量与位置的限制,重建误差依然较大。Mateos 团队采用多极展开法、距离加权法、泰勒展开法等插值方法进行磁场重建<sup>[11]</sup>。得益于 8 个 AMR 磁强计,结果相比于 LISA Pathfinder 采用磁通门磁强计远距离插值的方案,多极展开法的精度至少提升了 2 个量级。Liu 等人于 2023 年提出了距离加权的多极展开法对检验质量处磁场以及磁场梯度进行了精确重建,在敏感轴方向的平均相对误差为 0.8%<sup>[12]</sup>,但该方法与多极展开法同样受限与磁强计的数量,当磁强计数量较少时,重建精度仍然较低。此外,当前的研究主要基于静磁场仿真,对于磁源随时间发生变化的时变磁场情况研究较少<sup>[13]</sup>。

因此,本文提出了多阶段偏差修正模型(Multi-stage Bias Correction Model, MSBCM)对检验质量处磁场与磁场梯度进行重建,首先利用弱预测模型对磁场进行初步估计,之后再使用一系列的弱预测模型对前序预测模型的预测误差进行修正,最终组成强预测模型,实现对检验质量处磁场的精确估计。为了充分验证本文提出的 MSBCM 方法的有效性,本文对空间引力波探测航天器在轨情况进行模拟,基于地面磁源模型的先验信息,模拟磁源在轨变化情况对本文方法重建的磁场加速度噪声进行评估,实现了在轨情形下优于传统方法的重建精度。

## 2 引力波探测磁场噪声与重建

### 2.1 引力波磁场仿真与重建

空间引力波探测任务要求惯性传感器中的检验质量做测地线运动,然而处于真实深空环境中的检验质量容易受到多种干扰。对于惯性传感器磁场加速度噪声而言,为了精确评估检验质量所受到的磁场噪声,首先需要获取检验质量所在敏感区域的磁场信息,包括磁场和磁场梯度的分布信息。

空间任务通常先对航天器的单元和子系统进行

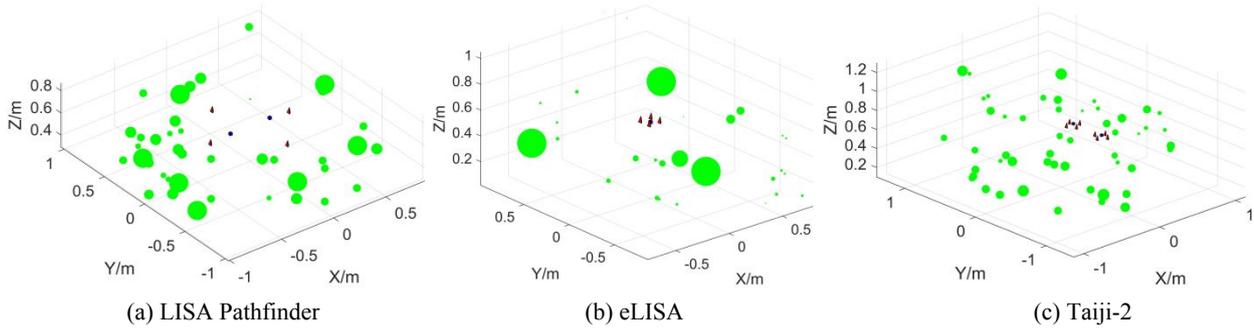


图 1 空间引力波探测航天器磁源、磁强计与检验质量分布

Fig.1 Distribution of magnetic sources, magnetometers, and test mass in the space gravitational wave detection spacecraft

地面磁场测量,这些测量是在专门的设备中进行的,例如磁线圈设施(Magnetic Coil Facility, MCF)<sup>[14]</sup>或多磁强计设备(Multiple Magnetometer Facility, MMF)<sup>[15]</sup>,而后结合基于近场测量的被测设备磁性预测方法<sup>[13]</sup>测量其磁特性,完成磁洁净设计。

LISA Pathfinder 和 eLISA 任务分别对于航天器中常见的磁源部件进行磁偶极子建模,如图 1(a)和(b)所示<sup>[10]</sup>。图中,绿色圆点的大小正比于其磁矩的模长,但磁矩的方向未知,红色三角表示磁强计的位置,蓝色正方体表示检验质量所在位置。Taiji-2 在设计阶段同样对航天器中常见的磁源部件进行了磁偶极子建模,如图 1(c)所示。地面建立的航天器磁模型有助于对磁场重建方法的验证,这将服务于在轨检验质量处磁场重建工作。

## 2.2 引力波探测磁场噪声

空间引力波探测中磁场噪声的产生是由于检验质量的剩余磁化强度  $\mathbf{m}_r$  和磁化率  $\chi$  与其周围磁场及磁场梯度耦合产生杂散力,进而产生加速度噪声,从而对引力波探测任务产生干扰。其中,检验质量的剩余磁化强度  $\mathbf{m}_r$  和磁化率  $\chi$  是由于现有的加工工艺等因素的限制,其磁性参数的数值不严格为 0;而检验质量附近磁场及磁场梯度主要由航天器上含磁部件以及星际磁场产生。

磁场作用在检验质量上的力可以写为<sup>[16]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \langle \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \rangle V \\ &= \langle (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{m} \\ &\quad + \mathbf{m} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{m}) \rangle V. \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $V$  为检验质量的体积,  $\langle \cdot \rangle$  表示其封闭量的体积平均值,  $\mathbf{m}$  为检验质量的总磁矩,由剩余磁矩  $\mathbf{m}_r$  和感生磁矩  $\mathbf{m}_i$  构成。对于空间引力波探测中的检验质量而言,其感生磁矩与外磁场满足线性关系

$$\mathbf{m}_i = \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B}, \quad (2)$$

其中,  $\chi$  为检验质量的磁化率,  $\mu_0$  为真空磁导率,

其值为  $4\pi \times 10^{-7}$  (H/m)。因此公式(3)可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \left\langle \left[ \left( \left( \mathbf{m}_r + \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \right) \cdot \nabla \right) \mathbf{B} + \left( \mathbf{m}_r + \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \right) \times (\nabla \times \mathbf{B}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \left( \mathbf{m}_r + \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \right) + \mathbf{B} \times \left( \nabla \times \left( \mathbf{m}_r + \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \right) \right) \right] \right\rangle V. \end{aligned} \quad (3)$$

根据公式(2),检验质量附近的磁场是无旋场,又因为检验质量的剩磁矩为常矢量,因此有  $\nabla \cdot \mathbf{m}_r = 0$  和  $\nabla \times \mathbf{m}_r = 0$ , 因此公式(5)可以简化为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \left\langle \left[ \left( \left( \mathbf{m}_r + \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \right) \cdot \nabla \right) \mathbf{B} + \left( \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot \nabla \right) \mathbf{B} \right] \right\rangle V \\ &= \left\langle \left[ \left( \mathbf{m}_r + \frac{2\chi}{\mu_0} \mathbf{B} \right) \cdot \nabla \right] \mathbf{B} \right\rangle V. \end{aligned} \quad (4)$$

检验质量周围的磁场可以写为

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{SC}^{DC} + \mathbf{B}_p^{DC} + \delta \mathbf{B}_{SC} + \delta \mathbf{B}_p. \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{B}^{DC}$  和  $\delta \mathbf{B}$  分别表示磁场的常数直流项和时变项,  $\mathbf{B}_{SC}$  表示星上磁场,  $\mathbf{B}_p$  表示星际磁场。在行星际中,航天器内的星际磁场梯度很小,可以忽略不计。因此检验质量周围的磁场梯度可以写为

$$\nabla \mathbf{B} = \nabla \mathbf{B} = \nabla \mathbf{B}_{SC}^{DC} + \delta \nabla \mathbf{B}_{SC}. \quad (6)$$

由公式(5)和公式(6),公式(4)可以重写为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}^{DC} + \delta\mathbf{F} \\ &= \left\langle [\mathbf{m}_r \cdot \nabla] \mathbf{B}_{SC}^{DC} \right\rangle V \\ &\quad + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \mathbf{B}_{SC}^{DC} \cdot \nabla \right] \mathbf{B}_{SC}^{DC} \right\rangle V \\ &\quad + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \mathbf{B}_P^{DC} \cdot \nabla \right] \mathbf{B}_{SC}^{DC} \right\rangle V + \delta\mathbf{F}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\delta\mathbf{F}$  可以表示为

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{F} &= \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \delta\mathbf{B}_{SC} \cdot \nabla \right] \mathbf{B}_{SC}^{DC} \right\rangle V + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \delta\mathbf{B}_P \cdot \nabla \right] \mathbf{B}_{SC}^{DC} \right\rangle V \\ &\quad + \left\langle [\mathbf{m}_r \cdot \delta\nabla] \mathbf{B}_{SC} \right\rangle V + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \mathbf{B}_{SC}^{DC} \cdot \delta\nabla \right] \mathbf{B}_{SC} \right\rangle V \\ &\quad + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \mathbf{B}_P^{DC} \cdot \delta\nabla \right] \mathbf{B}_{SC} \right\rangle V + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \delta\mathbf{B}_{SC}^{DC} \cdot \delta\nabla \right] \mathbf{B}_{SC} \right\rangle V \\ &\quad + \left\langle \left[ \frac{2\chi}{\mu_0} \delta\mathbf{B}_P^{DC} \cdot \delta\nabla \right] \mathbf{B}_{SC} \right\rangle V, \end{aligned} \quad (8)$$

因此, 引力波探测器上剩磁所引起的磁场噪声可以分为磁场波动产生的噪声、磁场梯度产生的噪声、交流磁场产生的噪声和与检验质量剩余电荷作用产生的洛伦兹力噪声<sup>[17]</sup>。

### 2.2.1 磁场波动产生的噪声

在空间引力波探测任务中, 惯性传感器保护其内部的检验质量, 使其沿着敏感轴方向尽可能做测地线运动, 而在非敏感轴方向控制检验质量跟随航天器一起运动。检验质量所受的加速度噪声只和敏感轴方向的加速度有关, 因此只需考虑敏感轴方向的加速度。此时, 由于磁场波动引起的敏感轴方向的加速度噪声可以表示为:

$$\delta a_{\delta B} = 2\sqrt{2} \frac{\sqrt{3}}{m_{TM}} \frac{\chi V}{\mu_0} (\delta B_{SC,x} + \delta B_{P,x}) \frac{\partial B_{SC,x}^{DC}}{\partial x}, \quad (9)$$

其中, 系数  $\sqrt{2}$  是当两个检验质量处于完全相对运动时的最大噪声情况下的系数; 系数  $\sqrt{3}$  是基于航天器中磁场即磁场梯度的三个分量相等的假设;  $m_{TM}$  是检验质量的质量;  $\delta B_{SC,x}$  为航天器磁场 x 分量的波动;  $\delta B_{P,x}$  为航天器磁场 x 分量的波动;  $\frac{\partial B_{SC,x}^{DC}}{\partial x}$

为航天器直流磁场 x 分量对 x 方向的导数。

### 2.2.2 磁场梯度产生的噪声

检验质量周围磁场梯度的波动是产生磁场加速度的一个重要因素, 磁场梯度波动引起的敏感轴方向的加速度噪声:

$$\delta a_{\nabla B} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{3}}{m_{TM}} V \left[ \mathbf{m}_r + \frac{2\chi}{\mu_0} (\mathbf{B}_{SC,x}^{DC} + \mathbf{B}_{P,x}^{DC}) \right] \delta \frac{\partial B_{SC,x}^{DC}}{\partial x}, \quad (10)$$

其中,  $B_{SC,x}^{DC}$  为航天器磁场直流项的 x 分量;  $B_{P,x}^{DC}$  为

星际磁场直流项的 x 分量;  $\delta \frac{\partial B_{SC,x}^{DC}}{\partial x}$  为航天器磁场 x 分量在 x 方向梯度的波动。

### 2.2.3 交流磁场产生的噪声

通过相关文献的计算<sup>[18]</sup>, 低频 (特别是引力波探测器测量频率带宽) 下的加速度噪声值是恒定的, 可以表示为

$$\delta a_{AC} = \left( \frac{2V}{\mu_0 m_{TM}} \right) A_0 B_0 \sqrt{\frac{\tau_0 \tau_e (\tau_0^2 + 3\tau_0 \tau_e + \tau_e^2) + \tau_e^2 (2\tau_0 \tau_e + \tau_e^2)}{2\tau_0 \left(1 + \frac{\tau_0}{\tau_e}\right)^3 \tau_e^4}}, \quad (11)$$

其中,  $\tau_1$  和  $\tau_0$  为磁化率的频率因数, 分别为  $1/(2\pi \times 10)$  s 和  $1/(2\pi \times 10^4)$  s。对于金铂合金的检验质量来说, 其衰减频率为 630Hz, 因此取  $\tau_e$  为  $1/(2\pi \times 630)$  s。特征长度  $l_0$  为 3.5 m。  $A_0$  和  $B_0$  分别为时变磁化率和磁场线性谱密度的常数项。

### 2.2.4 洛伦兹力噪声

由于宇宙射线等因素的影响, 检验质量上会逐渐累计电荷, 检验质量在星际磁场中运动, 切割磁感线会产生洛伦兹力<sup>[21]</sup>。星际磁场波动预计会同时影响两个检验质量, 但由于每个检验质量的电荷不同, 会产生加速度差<sup>[22]</sup>。假设两个检验质量的电荷具有相同的符号, 一个检验质量上由最大的电荷, 另一个检验质量没有电荷, 则会获得最大差分力, 此时由洛伦兹力产生的加速度噪声计算为:

$$\delta a_{Lorentz} = \frac{\gamma q \beta S_{B_p}^{\frac{1}{2}}}{m_{TM} \alpha_S}, \quad (12)$$

其中,  $\beta$  为速度因子, 定义为  $|\beta| = \frac{|v|}{c} \sim 10^{-4}$ ,

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-|\beta|^2}}$ ,  $q$  为检验质量所带电荷,  $\alpha_S$  为电极

笼对电场的屏蔽因子,  $S_{B_p}$  为星际磁场波动。由公式(14)可知洛伦兹力产生的加速度噪声仅与星际磁场波动有关。

## 2.3 磁场重建方法

### 2.3.1 神经网络法

近几年来, 神经网络被广泛应用于各类预测及分类任务中<sup>[23]</sup>。对于空间引力波探测任务的磁场重建而言, 神经网络可以对检验质量区域磁场信息的预测, 具体来说, 把磁传感器的读数作为网络输入, 检验质量位置处的磁场值作为网络输出, 对所构建的神经网络进行训练, 即可得到磁强计读数与检验质量位置处的映射关系<sup>[24]</sup>。全连接层网络结构的示意图如图 2 所示。

图 2 展示了神经网络法的基本结构, 包括输入

层、隐藏层和输出层。输入层分别表示  $N$  个磁强计的三维测量值, 隐藏层包含 15 个神经元, 输出层为 TM1 和 TM2 处的磁场。

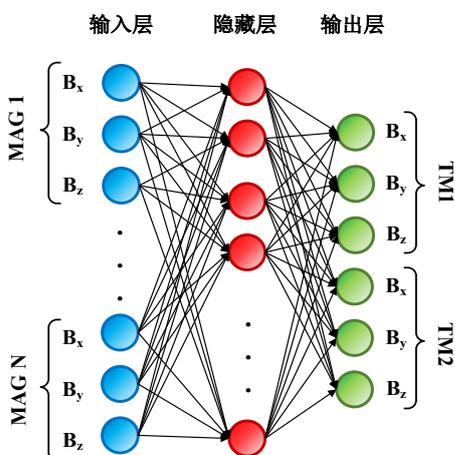


图2 神经网络磁场重建法的基本结构

Fig.2 Structure of the Neural Network

### 2.3.2 泰勒展开法

泰勒展开法是一种用于估计相邻点值得近似方法, 适用于短距离的空间插值<sup>[25]</sup>。在空间引力波探测任务中, 以检验质量的中心  $x_{TM}$  为原点进行泰勒展开, 得:

$$\mathbf{B}_m(\mathbf{x}_s) = \mathbf{B}_e(\mathbf{x}_{TM}) + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^3 \frac{\sigma^k \mathbf{B}_e(\mathbf{x}_{TM}) (x_{s,i} - x_{TM,i})^k}{\sigma x_i^k k!}, \quad (13)$$

其中,  $x_i$  为磁传感器的位置,  $\mathbf{B}_m(\mathbf{x}_s)$  为磁强计位置处的读数,  $\mathbf{B}_e(\mathbf{x}_{TM})$  和  $\frac{\sigma^k \mathbf{B}_e(\mathbf{x}_{TM})}{\sigma x_i^k}$  分别为待求解

得检验质量位置处磁场值和磁场梯度值, 可直接用于计算磁场波动和梯度产生的加速度噪声。泰勒展开的截断阶数  $K$  取决于磁传感器的数量。

### 2.3.3 距离加权法

距离加权法认为距离插值点越近的样本点与插值点的关联性越大, 因而赋予其更大的权重; 而对于离插值点较远的样本点, 则赋予其较小的权重, 最后对所有样本点进行加权平均得到插值点处的值<sup>[27]</sup>。因此在空间引力波磁场重建任务中, 对所有的磁传感器读数按照与检验质量之间的距离进行加权, 进而插值得到检验质量位置处的磁场值, 可表示为

$$\mathbf{B}_e = \sum_{s=1}^{N_{mag}} a_s \mathbf{B}_m(\mathbf{x}_s). \quad (14)$$

其中,  $N_{mag}$  为磁强计的数目。加权系数  $a_s$  可表示为

$$a_s = \frac{1/r_s^n}{\sum_{i=1}^{N_{mag}} 1/r_i^n}, \quad (15)$$

其中,  $r_i$  为检验质量与指定磁传感器之间的距离,  $n$  表示插值阶数。当插值阶数越大时, 距离较近的磁强计读数的权重越大。

### 2.3.4 多极展开法

在物理学中, 重力场、电场、磁场等物理场可使用多极展开法表示为单极、偶极、四极、八极等项目的叠加, 在误差允许的范围内, 可只取多极展开低阶非零项, 忽略极小项, 实现对这些物理场的高精度表示<sup>[28]</sup>。

根据公式(1)公式(2), 磁场具有零旋度、零散度的性质, 因此  $\Psi(\mathbf{x})$  为调和函数, 满足 Laplace 方程:

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{x}) = 0, \quad (16)$$

该 Laplace 方程的解可以表示:

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l M_{lm} r^l Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (17)$$

其中,  $(r, \theta, \phi)$  是场点  $\mathbf{x}$  的球坐标, 其原点为检验质量的几何中心,  $M_{lm}$  为  $l$  阶和  $m$  阶的多极系数,  $Y_{lm}$  为标准球谐函数。实际上, 原始的 Laplace 方程解还包含与  $r^{-l-1}$  成比例的项, 但由于磁场在检验质量几何中心处为有限值, 因而这些项的系数为 0, 从而可省略。由此可得检验质量处的磁场估计值为

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \nabla \Psi(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L \sum_{m=-l}^l M_{lm} \nabla [r^l Y_{lm}(\theta, \phi)]. \quad (18)$$

其中, 多极展开系数一般采用最小二乘方法求解。

## 3 多阶段偏差修正模型

空间引力波探测任务中, 为了精确评估检验质量所受的磁场噪声, 通常在真空腔附近放置一定数量的磁强计, 利用磁场插值或重建方法精确评估检验质量所受到的磁场。本文提出了多阶段偏差修正模型(Multi-stage Bias Correction Model, MSBCM), 利用磁强计测量值预测检验质量处的三维磁场值, 通过多个弱预测模型逐步减少对检验质量处磁场的预测误差。MSBCM 网络的整体结构如图 3 所示。

### 3.1 多阶段偏差修正策略

本文提出的 MSBCM 是一种基于集成学习的方法, 它通过迭代优化一系列预测模型来系统地减少预测误差。MSBCM 的主要思想是利用多个弱预测模型连续修正前序预测模型的预测误差, 逐步提升模型的预测精度, 最终形成一个强预测模型。

对于给定样本集  $D = \{(\mathbf{x}_i, y_i)\}$ , 其中  $x_i$  为第  $i$  个样本的输入特征,  $y_i$  为对应样本输出的特征, 即真实值, 那么初始预测模型的输出可以表示为

$$\hat{y}_i^1 = N_1(\mathbf{x}_i), \quad (19)$$

其中,  $\hat{y}_i^j$  为初始预测模型输出的第  $i$  个样本的预测值,  $N_1$  为第 1 个预测模型。

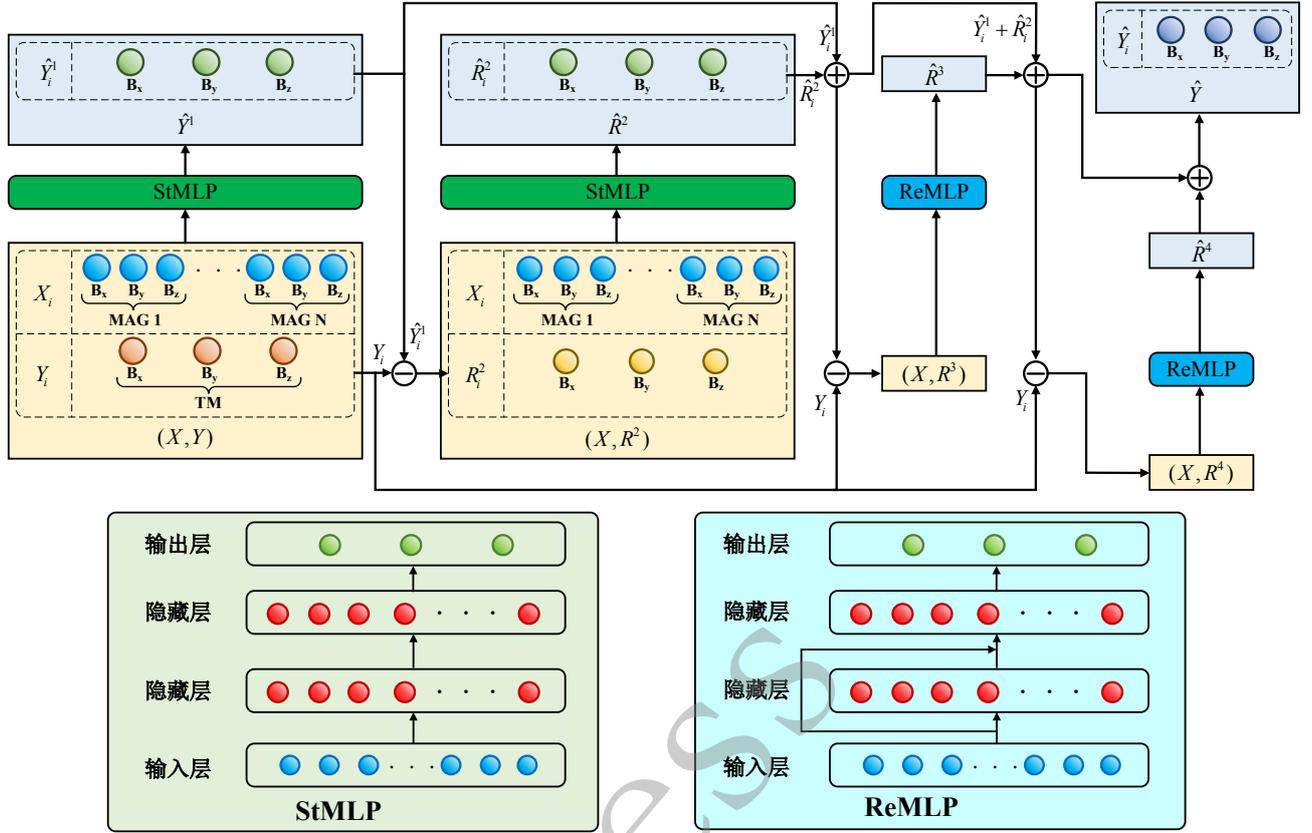


图3 MSBCM 的基本结构

Fig.3 Structure of the Multi-Stage Bias Correction Model (MSBCM)

对于每个后续预测模型  $N_k (k>1)$ , 首先计算当前 MSBCM 的预测偏差

$$R_i^{k-1} = y_i - \left( \hat{y}_i^1 + \sum_{j=1}^{k-2} R_i^j \right), \quad (20)$$

其中,  $R_i^j$  表示第  $j$  个预测模型输出的第  $i$  个样本预测值与真实值之间的偏差。那么 MSBCM 的整体目标函数可以表示为

$$E = \sum_{i=1}^N L \left( y_i, \hat{y}_i^k + \hat{y}_i^1 + \sum_{j=1}^{k-1} R_i^j \right), \quad (21)$$

其中,  $L$  表示模型的损失函数,  $N$  为样本总数。第  $k$  个预测模型的目标函数则可以表示为

$$e^k = \sum_{i=1}^N L \left[ y_i - \left( \hat{y}_i^1 + \sum_{j=1}^{k-1} R_i^j \right), \hat{R}_i^k \right], \quad (22)$$

其中,  $\hat{R}_i^k$  表示第  $k$  个预测模型的预测结果。

最终 MSBCM 最终的输出结果可以表示为:

$$\hat{y}_i = \hat{y}_i^1 + \sum_{j=1}^K \hat{R}_i^j, \quad (23)$$

其中,  $K$  表示 MSBCM 中预测模型的数量。

此外, 本文的 MSBCM 设置了早停机制来进一步防止模型出现过拟合现象, 在当前弱预测模型输出预测结果并计算当前整体模型的偏差后, 当偏差大于上一级弱预测模型输出结果后计算的整体模型偏差时, 则停止模型训练。

### 3.2 多阶段偏差修正策略

本文提出的 MSBCM 中, 预测模型使用结构较为简单的 MLP (Multilayer Perceptron) 网络, 通过 MLP 非线性的特征表达能力, 不断拟合前序预测模型的预测残差。完成训练后, 多个 MLP 预测模型将组成一个强预测模型, 且每个预测模型的权重相等, 最后将所有预测模型的输出相加即为该样本的预测值。

MSBCM 中使用的 MLP 网络结构包括标准

MLP 网络(StMLP)和残差 MLP 网络(ReMLP), 主要包括输入层、隐藏层、激活层和输出层。ReMLP 主要包括残差连接模块和全连接层。得益于 Kaiming He 提出的 ResNet<sup>[29]</sup>, 残差连接结构现在已经成为了当前构建网络模型的基本模块, 其表达式可以写作:

$$f(x) = l(x) + x, \quad (24)$$

其中,  $l(x)$ 表示模型中第  $l$  层隐藏层的输出,  $x$  表示第  $l$  层隐藏层的输入,  $f(x)$ 表示第  $l$  层隐藏层的最终输出。

随着预测模型的不断叠加, MSBCM 模型的预测结果也愈加接近真实结果, 此时模型预测结果与真实结果之间的偏差也越来越小。残差连接不仅能够缓解后续预测模型梯度消失或者梯度爆炸的问题, 另一方面能够约束后续预测模型的预测结果。由于 MSBCM 中的预测模型预测能力较弱, 随着预测目标值的减小, 弱预测模型很可能无法较好地对偏差进行拟合, 出现预测结果大于偏差的问题。而残差连接的加入能够将模型的输入与模型隐藏层之间的输出进行相加, 最后再通过全连接层进行加权输出, 使得网络能够更加充分地考虑当前 MSBCM 模型的预测偏差。

此外, 在本文提出的 MSBCM 中, ReMLP 添加在整体模型的倒数第二和最后一阶段, 通常此时整体模型的预测结果与真实结果之间的偏差相对较小, 因此为了加快 ReMLP 的收敛速度, 本文使用 Levenberg-Marquardt 算法(LM)<sup>[30]</sup>对 ReMLP 进行优化, 其参数更新公式可以表示为:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - (J_t^T J_t + \lambda I + \mu_0)^{-1} (J_t^T \mathbf{R}_t + \mu \theta_t), \quad (25)$$

其中,  $J_t$ 表示模型第  $t$  次迭代时损失函数  $L$  相对于模型参数  $\theta$  的雅可比矩阵,  $\mathbf{R}_t$ 表示当前预测结果与真实结果之间的偏差向量,  $\lambda$ 为调整因子, 控制算法对使用梯度下降或牛顿方法的权重,  $I$ 为单位矩阵,  $\mu_0$ 为正则化参数, 通常是一个很小的正数,  $\mu$ 表示正则化强度参数。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 数据来源与实验设置

#### 4.1.1 数据来源与预处理

为了分析不同磁场重建方法对于空间引力波探测器内检验质量处磁场插值精度的影响, 本文分别对 LISA Pathfinder、eLISA 和 Taiji-2 三种航天器结构不同、磁源位置不同、检验质量数量和磁强计数量与位置不同的空间引力波探测任务进行分许。

三种航天器内的磁源部件使用磁偶极子模拟, 尽管磁源位置已经给出, 如图 1 所示, 但 LISA Pathfinder 和 eLISA 的磁源仅给出模值, 且 Taiji-2 仍处于设计阶段, 因此本文在实验中, 将磁偶极子的磁矩固定, 而方向随机选取。由于磁偶极子方向的不同会导致检验质量附近磁场的不同, 因此在本文实验中, 实验次数  $N$  设置为  $1 \times 10^4$ , 每次实验分别计算当前航天器内所有磁源在磁强计处以及检验质量或目标点处产生的磁场值作为测试数据, 其中磁矩计算磁场的公式为

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^5} - \frac{\mathbf{m}}{|\mathbf{r}|^3} \right], \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{r}$ 表示磁矩位置到目标点的距离,  $\mathbf{m}$ 表示该磁矩的大小与方向,  $\mu_0$ 为真空磁导率, 其值为  $4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ 。

此外, 对于本文提出的 MSBCM 方法以及对比方法 XGBoost<sup>[31]</sup>, 本文实验首先使用公式(26)计算不同航天器构型下, 随机生成不同方向的磁源后计算得到的磁强计和目标点处的磁场, 共计  $1 \times 10^4$  组数据作为训练数据, 进行网络训练与参数更新。

#### 4.1.2 实验设置

本文提出的 MSBCM 中, StMLP 和 ReMLP 的结构如图 3 所示, 均包含一个输入层、一个两个隐藏层和一个输出层。其中输入层的神经元数量为  $3 \times N_{\text{mag}}$ , 隐藏层神经元数量均设置为 20, 隐藏层数量设置为 1, StMLP 的激活层设置为 ReLU, ReMLP 的激活层设置为 Tanh, 输出层神经元的数量为 3, 即一个 MSBCM 仅预测一个检验质量处的磁场值。本文依次建立两个 StMLP 和两个 ReMLP, 最终构成 MSBCM 强预测模型。

本文实验中, MSBCM 中每个子预测模型的 epoch 均设置为 100, StMLP 使用 Adam 优化器, 学习率为  $1 \times 10^{-3}$ , ReMLP 使用 LM 算法进行网络参数的更新, 损失函数设置为均方根误差(Root Mean Squard Error, RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (27)$$

其中,  $y_i$ 表示真实值,  $\hat{y}_i$ 为预测结果,  $n$ 为样本数量。为了防止 XGBoost 过拟合, 本文实验中使用 K 折交叉验证对 XGBoost 进行训练, 其中  $K$  为 5。

本文的实验选择距离加权法(WD)、泰勒展开法(Taylor)、多极展开法(Multipole)、距离加权的多极展开(DWME)以及 XGBoost 作为对比方法。其中距离加权法的加权阶数设定为 2, 泰勒展开法展开到

1 阶, 多极展开法展开到 2 阶, 距离加权的多极展开法的加权阶数按照文献[12]中推荐的设定为 1.35。XGBoost 方法的学习率设置为 0.1, 树的最大深度为 6, 损失函数为 RMSE。

#### 4.1.3 实验设置

本文实验将检验质量预测磁场与真实磁场之间的平均相对误差作为评价指标。预测磁场值与真实磁场值  $j$  分量( $j=x, y, z$ )和模长的平均误差分别定义为

$$\bar{\varepsilon}_{B_j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{B_{i,j,e} - B_{i,j,r}}{B_{i,j,r}} \right|, \quad (28)$$

$$\bar{\varepsilon}_{|B|} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{B_{i,e} - B_{i,r}}{B_{i,r}} \right|. \quad (29)$$

其中,  $i$  为实验的次序( $i=1, 2, \dots, N$ )。  $B_{i,j,e}$  表示第  $i$  次实验中预测磁场值的第  $j$  个分量,  $B_{i,j,r}$  表示第  $i$  次实验中真实磁场值的第  $j$  个分量,  $B_{i,e}$  和  $B_{i,r}$  分别表示第  $i$  次实验中的预测磁场模值与真实磁场模值。

预测磁场值与真实磁场值  $j$  分量( $j=x, y, z$ )和模长的最大误差分别定义为

$$\varepsilon_{B_j, \max} = \max_i \left| \frac{B_{i,j,e} - B_{i,j,r}}{B_{i,j,r}} \right|, \quad (30)$$

$$\varepsilon_{|B|, \max} = \max_i \left| \frac{B_{i,e} - B_{i,r}}{B_{i,r}} \right|. \quad (31)$$

同时本文实验还使用均方根误差以及公式(11)和公式(13)来反映模型预测值计算的加速度噪声与真实值计算的加速度噪声之间的差异, 综合评估模型的预测性能。

## 4.2 检验质量处磁场重建实验

### 4.2.1 LISA Pathfinder 磁场重建实验对比

LISA Pathfinder 使用 TFM100G4 型磁通门磁强计采集星上磁场数据, 该磁强计具有量程大、噪声水平低的优点, 量程为  $\pm 100 \mu\text{T}$ , 噪声水平仅为  $20 (\text{pT}/\text{Hz}^{1/2})@1\text{Hz}$ , 但是该磁通门磁强计体积较大(约为  $94\text{cm}^3$ ), 因此 4 个磁强计均被放置在真空腔外侧。根据文献[10]的数据显示磁强计与检验质量的最大距离为  $56.45\text{cm}$ , 这对磁场重建方法提出了极大的挑战。

本小节首先展示了 MSBCM 在训练集和测试集上的训练过程, 如图 4 所示, 包括 MSBCM 分别对 TM1 和 TM2 处三维磁场的训练和预测损失。

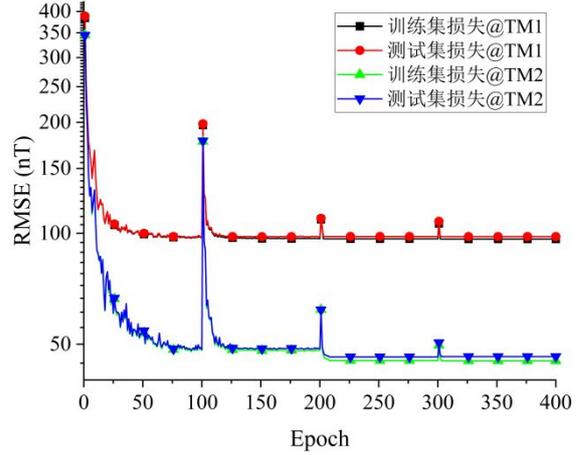


图 4 LISA Pathfinder 数据集上 MSBCM 训练与测试  
Fig.4 Training and Testing of MSBCM on the LISA Pathfinder Dataset

图 4 展示的训练过程清晰地展示了每个子预测模型的迭代过程以及在测试集上的预测损失, 其中 MSBCM 在 TM1 和 TM2 处磁场训练和预测的过程与结果较为相似。前 100 个 epoch 为第一个子预测模型的训练过程, 在训练集和测试集上的损失呈现不断下降的趋势; 100 到 200 个 epoch 过程展示了第二个子预测模型在修正第一个子预测模型后的训练和测试结果, 在初始阶段第二个子预测模型的修正能力较差, 修正后数据的预测损失大于第一个子预测模型的预测结果, 但随着子模型的迭代训练, 修正后数据的损失逐渐减小; 200 到 300 个 epoch 展示了添加残差连接模块的 MLP (ReMLP) 的训练过程, 经过训练, 模型无论是在训练集还是测试集上的损失都出现了明显且快速的下降, 说明 ReMLP 的加入不仅能够提升模型预测性能, 还能够加快模型的收敛速度; 第四个子预测模型的加入进一步减小了模型的训练和预测损失, 但损失下降过程逐渐平缓, 说明网络的预测误差已经收敛。

表 1 展示了不同方法对 LISA Pathfinder 两个检验质量的磁场重建结果。对于 TM1 而言, 无论是平均相对误差还是最大相对误差, 本文提出的 MSBCM 均取得了最小的误差。对于检验质量敏感轴来说, MSBCM 的平均相对误差为 201.07%, 其余所有方法的重建误差均超过了 500%。

对于 TM2 而言, 本文提出的 MSBCM 在平均相对误差上的表现最好, 而对于最大相对误差指标来说, XGBoost 表现相对更好, 这说明集成学习策略能够有效减少模型预测的偏差。对于检验质量敏感轴来说, XGBoost 方法的平均相对误差比 MSBCM 方法小 10.05%。

总的来说, 在采用 4 个磁通门磁强计远距离构

表 1 LISA Pathfinder 磁场重建结果

Tab.1 Magnetic field reconstruction results for LISA Pathfinder

方法	$\bar{\varepsilon}_B / \%$				$\varepsilon_{B,max} / \%$				
	B	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	B <sub>z</sub>	B	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	B <sub>z</sub>	
TM1	Taylor	89.25	518.92	564.37	694.50	2745.34	573610.11	604412.84	2461076.40
	WD	126.26	646.60	637.91	798.67	3767.01	477011.43	739996.09	2450750.40
	Multipole	85.51	523.51	524.85	647.88	3452.78	467206.45	759302.88	1998534.80
	DWME	113.38	616.28	663.83	723.73	3645.20	451613.53	1097369.80	1873063.70
	XGBoost	86.30	755.93	884.03	1378.01	5161.49	440535.35	617789.70	3250015.40
	MSBCM	<b>26.57</b>	<b>201.07</b>	<b>231.66</b>	<b>212.58</b>	<b>1055.81</b>	<b>131405.62</b>	<b>325384.40</b>	<b>327050.17</b>
TM2	Taylor	206.23	1477.86	1385.79	2117.36	6337.63	2501042.40	1602870.80	6981814.10
	WD	270.93	1749.38	1998.34	1929.93	5561.22	2664887.90	3045968.80	3634591.40
	Multipole	203.87	1434.70	1624.28	1774.25	5552.77	1994890.20	2521400.00	4399474.20
	DWME	249.19	1627.78	1920.93	1561.21	5248.44	2215714.60	2922788.10	1403577.60
	XGBoost	19.29	<b>210.34</b>	255.02	203.20	<b>1305.22</b>	<b>438854.54</b>	217929.15	<b>279339.43</b>
	MSBCM	<b>18.32</b>	220.39	<b>215.91</b>	<b>200.62</b>	1418.04	612493.07	<b>140519.40</b>	412914.94

型的 LISA Pathfinder 磁场重建实验中, 本文提出的 MSBCM 方法能够取得相对较好的重建结果, 但无论是经典的泰勒展开、多极展开, 还是集成学习方法, 对检验质量磁场敏感轴的重建误差都大于 100%, 因此空间引力波探测任务应该磁强计数量的增加和其与检验质量距离的缩短, 同时发展磁强计本身低频噪声干扰抑制方案。

#### 4. 2. 2 eLISA 磁场重建实验对比

eLISA 采用 8 个芯片级的 AMR 磁强计用于测量检验质量处的磁场, 它的量程为  $\pm 200 \mu\text{T}$ , 噪声水平仅为  $0.18 (\text{nT}/\text{Hz}^{1/2})@1\text{Hz}$ 。得益于 AMR 传感器低频噪声抑制的设计, 它反作用效应可以忽略不计<sup>[32]</sup>, 被放置在距离检验质量距离 9.76cm 的位置。eLISA 航天器的磁源相对 LISA Pathfinder 也进行了相对调整, 较大的磁源被移动到了航天器外围以减少其对检验质量的影响, 如图 2(b)所示, 对检验质量磁场贡献最大的单机是冷气体闭锁阀。此外, LISA Pathfinder 总磁场预算的主要贡献来自 NTC 温度传感器, 但 eLISA 使用了磁矩较低的温度传感器, 以减少其对检验质量的影响。

本小节同样首先展示 MSBCM 在 eLISA 训练集上的训练过程以及在测试集上的预测损失, 如图 5 所示。

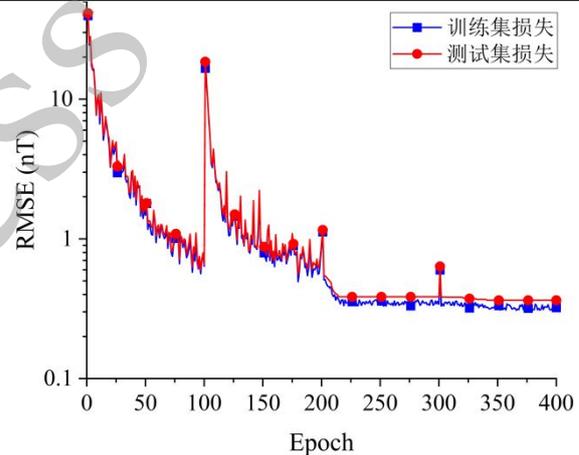


图 5 eLISA 数据集上 MSBCM 训练与测试

Fig.5 Training and Testing of MSBCM on the eLISA Dataset

MSBCM 在 eLISA 数据集上的训练过程与 LISA Pathfinder 较为相似, 经过各个子预测模型的预测与修正, MSBCM 在测试集上的损失呈现不断下降并缓慢收敛的现象。同样地, ReMLP 的加入能够进一步降低网络在训练集和测试集上的损失, 提升模型预测性能。

表 2 展示了不同方法对 eLISA 检验质量的磁场重建结果。本文提出的 MSBCM 无论是在平均相对误差还是在最大相对误差指标中均取得了最小的误差, 相比 DWME 方法在敏感轴处的磁场重建平均相对误差低了 0.63%, 最大相对误差低于 407.13%。值得一提的是, 得益于 MSBCM 方法的早停机制, 在重建 eLISA 检验质量处的磁场时, MSBCM 仅使

表 2 eLISA 磁场重建结果

Tab.2 Magnetic field reconstruction results for eLISA

方法	$\bar{\varepsilon}_B / \%$				$\varepsilon_{B,max} / \%$			
	B	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	B <sub>z</sub>	B	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	B <sub>z</sub>
Taylor	0.84	2.50	3.18	3.54	6.85	1590.39	13222.55	5296.21
WD	0.84	2.50	3.18	3.54	6.85	1590.39	13222.55	5296.21
Multipole	1.01	2.98	3.13	3.64	6.75	1766.27	8960.39	5552.00
DWME	1.01	2.98	3.13	3.64	6.75	1766.27	8960.39	5552.00
XGBoost	1.21	8.68	10.65	8.65	25.00	10906.87	22410.27	4816.18
MSBCM	<b>0.18</b>	<b>1.53</b>	<b>1.30</b>	<b>2.42</b>	<b>3.49</b>	<b>1177.87</b>	<b>2822.87</b>	<b>2453.91</b>

表 3 太极二号磁场重建结果

Tab.3 Magnetic field reconstruction results for Taiji-2

方法	$\bar{\varepsilon}_B / \%$				$\varepsilon_{B,max} / \%$				
	B	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	B <sub>z</sub>	B	B <sub>x</sub>	B <sub>y</sub>	B <sub>z</sub>	
TM1	Taylor	15.11	84.79	123.55	207.12	887.44	33066.14	48781.65	425602.34
	WD	8.83	48.06	99.05	158.43	743.90	29353.64	45913.87	282891.87
	Multipole	11.74	55.34	111.75	185.63	706.02	15681.89	52423.43	362661.43
	DWME	15.61	79.26	123.28	201.89	1025.87	33688.57	62955.00	374511.89
	XGBoost	3.42	29.92	24.38	37.60	181.28	19632.57	22803.73	104671.03
	MSBCM	<b>1.35</b>	<b>12.87</b>	<b>10.82</b>	<b>14.38</b>	<b>145.24</b>	<b>7294.00</b>	<b>6317.08</b>	<b>30633.32</b>
TM2	Taylor	15.33	115.74	142.19	153.31	442.41	108830.68	185920.57	155773.28
	WD	8.71	73.17	104.46	115.51	216.97	104259.11	107441.89	92245.70
	Multipole	11.82	74.48	123.59	134.94	341.09	44944.78	118690.82	131479.33
	DWME	15.69	113.35	133.23	147.43	371.93	88090.07	153712.76	144410.41
	XGBoost	2.94	22.81	23.38	23.01	55.46	<b>8802.75</b>	<b>16855.77</b>	37746.41
	MSBCM	<b>1.10</b>	<b>13.85</b>	<b>11.77</b>	<b>12.48</b>	<b>23.77</b>	19169.06	29637.80	<b>13418.15</b>

用两个弱预测模型就输出了预测结果，即仅使用了两个 StMLP 进行预测。尽管 ReMLP 通过残差模块和 L2 正则化缓解了模型过拟合问题，但由于 eLISA 的磁强计数量多、距离近，MSBCM 在添加 ReMLP 并计算偏差后发现偏差相对添加前变大，因此直接使用两个 StMLP 构成 MSBCM 并输出预测结果。

对比表 2 和表 1 的重建结果，明显发现所有方法的重建精度均得到很大程度的提升，在敏感轴上法重建平均相对误差降低了两到三个数量级，因此空间引力波探测任务中应使用本底低频噪声低的 AMR，增加磁强计的数量并减少其与 TM 的距离。

#### 4.2.3 Taiji-2 磁场重建实验对比

为了尽可能提高磁场重建的精度，减少磁强计带来的额外干扰，Taiji-2 拟采用空间弱磁探测小型磁传感器，且每个检验质量附近的磁强计均为 4 个。

表 3 展示了不同方法对 eLISA 检验质量的磁场重建结果。对于 TM1 而言，MSBCM 方法的平均相

对误差和最大相对误差均为最低，在敏感轴方向的平均相对误差仅为 12.87%。对于 TM2 而言，MSBCM 方法的平均相对误差同样最低，而在敏感轴和 y 轴的最大相对误差低于 XGBoost 方法。两个检验质量磁场重建结果显示本文提出的 MSBCM 方法在磁场重建方面具有较高的重建精度。

图 6 展示了不同方法重建 Taiji-2 的 TM1 周围磁场的热力图，其中第一列为敏感轴方向真实磁场值的热力图，第二列展示了不同方法重建敏感轴方向磁场的热力图，第三列展示了真实磁场值与重建磁场值相对误差的热力图，图中正方形虚线框为检验质量的位置。对比不同方法重建的敏感轴方向磁场值与真实磁场值，能够直观地感受到本文提出的 MSBCM 方法重建结果的趋势与真实结果趋势最一致，其次是 XGBoost 和距离加权的多极展开法。但 XGBoost 重建结果的热力图呈现云墨状，说明该方法表现不稳定。对比不同方法的相对误差，能够

明

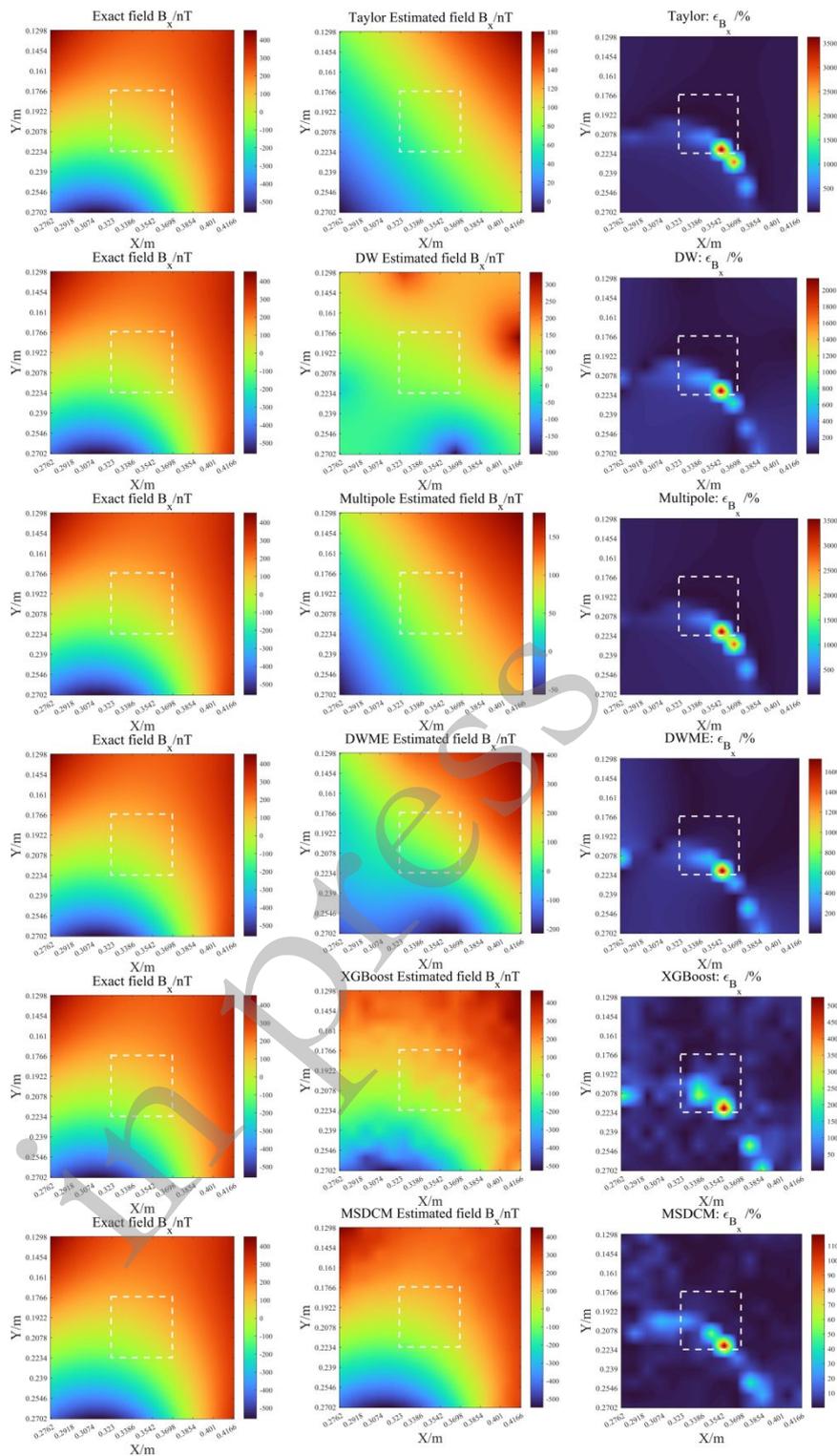


图 6 不同方法重建太极二号 TM1 周围磁场的热力图

Fig.6 Framework of image measuring system

显发现所有方法在检验质量边缘位置重建误差较大, 其中泰勒展开法和多极展开法重建误差高达 3500%, 而 MSBCM 的最大重建误差仅为 117.75%。

### 4.3 在轨磁场重建实验

在航天器发射前, 通常先对各个磁源部件的磁性进行测量和标定, 这将用于对磁场重建方法的验证或应用于其他测试。但由于发射应力等因素的影响以及在不同观测模式下各个单机的工作状态存在

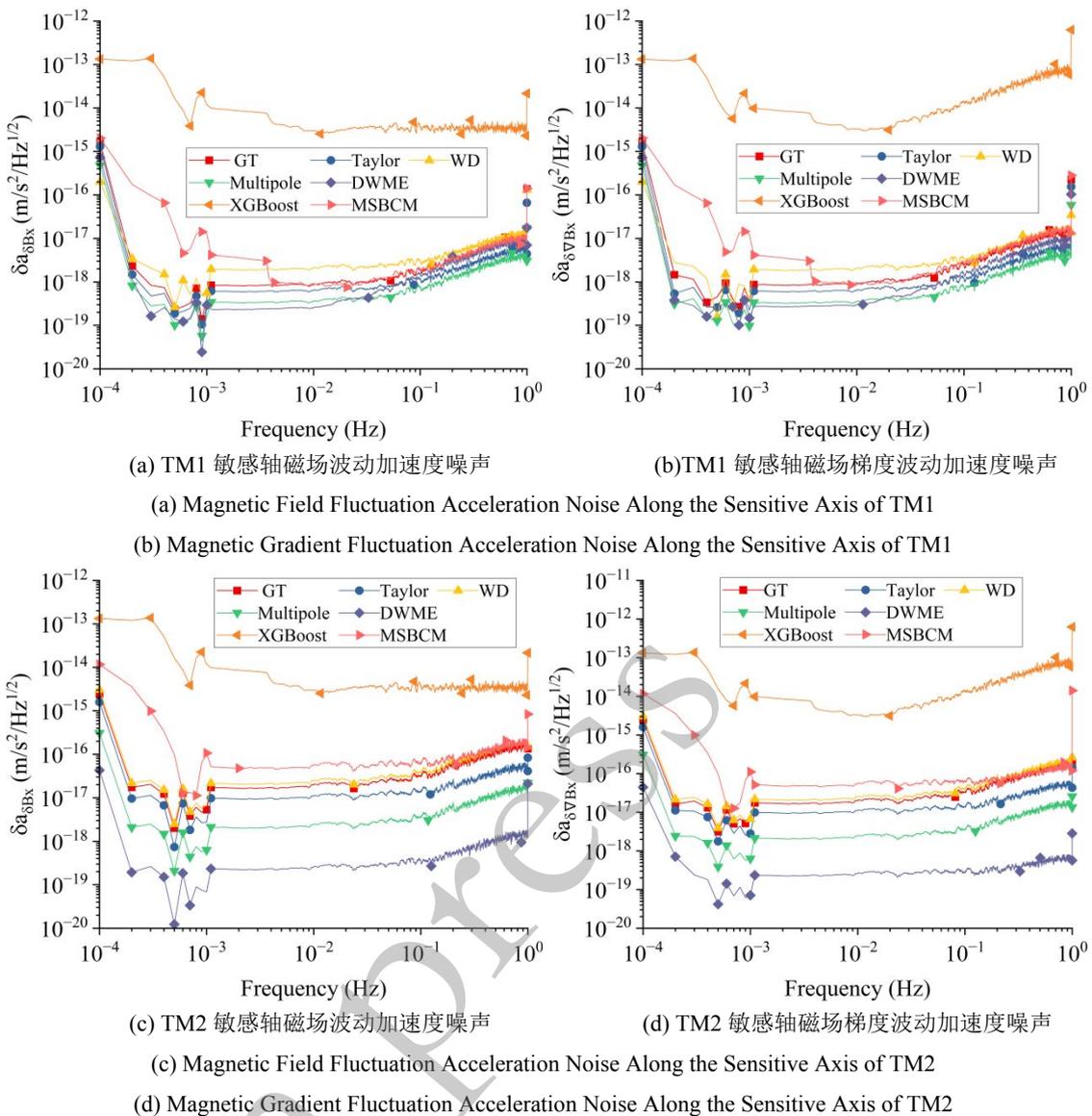


图 7 不同方法重建 TM1 和 TM2 敏感轴方向的磁场波动和磁场梯度波动加速度噪声功率谱

Fig.7 Reconstruction of Magnetic Field Fluctuations and Gradient Acceleration Noise along the Sensitive Axes of TM1 and TM2 Using Different Methods

差异，在轨情形的磁源磁性将不同于地面标定的磁源磁性，因此需要验证本文提出方法在引力波航天器在轨环境下的磁场重建性能。

本文根据“太极计划”空间引力波探测器的拟定结构，模拟卫星内部单机的布局和交流磁源特性，包括电池阵、气瓶、MOSA 等。为了更好地模拟航天器单机在轨情况，本文实验中对交变磁源添加了其磁源 20%的正弦噪声和 10%的白噪声。值得一提的是，尽管在在轨环境下检验质量会同时受到星内单机以及星际磁场的影响，但星际磁场变化较为复杂且相对于星内单机带来的磁场影响较小，仅约占总磁场的 7%<sup>[24]</sup>，因此本文着重研究星内单机磁源变化带来的磁场变化。

本小节计算了不同方法重建检验质量敏感轴方向的磁场波动和磁场梯度波动加速度噪声功率谱，结果如图 7 所示，其中 GT 表示模拟的交流磁场功率谱，且所有功率谱均进行了平滑滤波。不同方法重建检验质量处的磁场波动和磁场梯度波动加速度噪声功率谱与真值之间的均方根误差如表 4 所示。

在 TM1 敏感轴方向的磁场波动重建方面，根据图 7(a)的结果，能够明显看出 XGBoost 方法重建 TM1 处磁场波动的能力较差，其重建的磁场波动加速度噪声功率谱与真实功率谱差异较大，说明 XGBoost 的泛化能力较差。而与 XGBoost 使用了相同训练集的 MSBCM 方法重建的磁场波动加速度噪声功率谱与真实功率谱差异明显更小，说明本文提

出的 MSBCM 能够有效提高集成学习的泛化能力。

此外, 图 7(a)中 MSBCM 的功率谱曲线与真实功率谱曲线最接近, 其次是泰勒展开法, 这一结论与表 4 中的数据保持一致。MSBCM 的均方根误差优于其他方法至少一个量级, 为  $1.68 \times 10^{-17}$  ( $\text{m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$ )。在 TM2 敏感轴方向的磁场波动重建方面, 不同方法重建误差较为明显, 其中距离加权法和 MSBCM 重建的磁场波动加速度噪声功率谱与真实功率谱最为接近, 但是在 0.001 Hz 到 0.1 Hz 频段内, MSBCM 重建的噪声功率谱曲线与真实功率谱曲线出现了较为明显的偏差, 重建结果的均方根误差仅次于距离加权法的结果, 为  $1.72 \times 10^{-16}$  ( $\text{m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$ )。

表 4 不同方法重建磁场波动、梯度波动噪声的 RMSE

Tab. 4 RMSE of magnetic field fluctuations and magnetic gradient fluctuations using different methods

	方法	RMSE ( $\text{m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$ )	
		$\delta a_{\delta B_x}$	$\delta a_{\delta B_y}$
TM1	Taylor	$3.47 \times 10^{-17}$	$6.42 \times 10^{-17}$
	WD	$2.74 \times 10^{-17}$	$1.28 \times 10^{-16}$
	Multipole	$9.17 \times 10^{-17}$	$1.10 \times 10^{-16}$
	DWME	$5.98 \times 10^{-17}$	$5.83 \times 10^{-17}$
	XGBoost	$4.63 \times 10^{-15}$	$7.48 \times 10^{-14}$
	MSBCM	<b><math>1.68 \times 10^{-17}</math></b>	<b><math>4.00 \times 10^{-17}</math></b>
TM2	Taylor	$3.02 \times 10^{-16}$	$3.47 \times 10^{-16}$
	WD	<b><math>9.39 \times 10^{-17}</math></b>	<b><math>2.42 \times 10^{-16}</math></b>
	Multipole	$4.06 \times 10^{-16}$	$8.97 \times 10^{-16}$
	DWME	$4.47 \times 10^{-16}$	$1.02 \times 10^{-15}$
	XGBoost	$4.49 \times 10^{-15}$	$7.41 \times 10^{-14}$
	MSBCM	$1.72 \times 10^{-16}$	$2.93 \times 10^{-16}$

在 TM1 敏感轴方向的磁场梯度波动重建方面, MSBCM 重建的梯度波动加速度噪声功率谱曲线与真实功率谱曲线最为接近, 其均方根误差也最小, 为  $4.00 \times 10^{-17}$  ( $\text{m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$ )。而对于 TM2 来说, 在 0.001Hz 到 0.1Hz 频段内, MSBCM 重建的噪声功率谱曲线与真实功率谱曲线出现了较为明显的偏差, 对应均方根误差为  $2.93 \times 10^{-16}$  ( $\text{m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$ ), 仅次于距离加权法。

#### 4.4 消融实验

为了验证本文提出的 MSBCM 的有效性, 本文实验设置了两组对比模型。模型一将 MSBCM 的两个 ReMLP 网络均替换为 StMLP 网络, 但仍使用 LM 算法进行参数优化, 目的是验证残差连接的有效性; 模型二在模型一的基础上, 将模型一中替换的两个弱预测模型 StMLP 的优化器替换为 Adam, 目的是

验证 LM 算法进行参数优化的有效性。本小节实验还对每个强预测模型中每个阶段的预测结果进行展示, 结果如表 5 所示。在本文的消融实验仅对不同模型重建 Taiji-2 的 TM1 和 TM2 敏感轴方向的磁场平均相对误差进行对比与分析。

表 5 消融实验

Tab.5 Ablation study

方法	弱预测模型	$\bar{\epsilon}_B / \%$	
		$B_x$ (TM1)	$B_x$ (TM2)
MSBCM	StMLP	20.76	24.01
	StMLP	19.68	22.41
	ReMLP	16.01	14.58
	ReMLP	13.85	12.87
模型一	StMLP	20.76	24.01
	StMLP	19.68	22.41
	StMLP-LM	15.24	14.92
	StMLP-LM	13.49	14.44
模型二	StMLP	20.76	24.01
	StMLP	19.68	22.41
	StMLP	17.21	17.48
	StMLP	15.55	14.35

对比 MSBCM 和模型一结果显示将有残差连接结构的 ReMLP 替换为标准 MLP 后, 在检验质量 2 敏感轴方向的磁场重建效果明显下降, 平均相对误差下降了 1.48%, 而检验质量 1 敏感轴方向的磁场重建指标保持相似水平, 仅提升了 0.36%, 这说明使用残差连接后的 MLP 能够提升标准 MLP 的偏差修正能力, 防止模型出现过拟合的情况。

对比模型一和模型二的结果显示, 将 LM 算法替换为 Adam 优化器进行模型参数优化后, 模型二在检验质量 1 敏感轴方向的磁场重建效果出现了明显下降, 平均相对误差下降了 2.06%, 而检验质量 2 敏感轴方向的磁场重建指标相似, 仅提升了 0.09%, 说明使用 Adam 算法对两个弱预测模型进行参数优化无法达到对前序模型预测结果的偏差修正目的, 可能的原因是前序弱预测模型的预测偏差已经相对较小, 此时使用 Adam 算法进行全局优化, 可能导致模型错过全局最优解<sup>[34]</sup>。

此外, 对比每个强预测模型每个阶段的预测结果, 可以发现无论是 MSBCM, 还是两个对比模型, 平均相对误差均随着弱预测模型的添加而减小, 这得益于集成方法能够不断修正前序模型的预测偏差的优势。

## 5 结论

空间引力波探测任务要求惯性传感器中的检验

质量做测地线运动, 然而处于真实深空环境中的检验质量容易受到磁场波动和磁场梯度波动等多种噪声的干扰。为了精确评估检验质量所受到的磁场噪声, 本文提出了多阶段偏差修正模型对检验质量处磁场进行重建。多阶段偏差修正模型基于集成学习的思想, 使用一系列的弱预测模型构成强预测模型, 每个弱预测模型都对前序模型的预测偏差进行修正, 达到预测偏差逐阶段减小的目的, 实现对检验质量处磁场的精确估计。

在对 LISA Pathfinder、eLISA 和 Taiji-2 空间引力波探测航天器的检验质量处磁场重建实验中, 无论是重建 TM1 还是 TM2 敏感轴方向的磁场, 本文提出的 MSBCM 方法的平均相对误差均为最小, 充

分验证了 MSBCM 方法在重建静磁场噪声方面的有效性。此外, 为了验证 MSBCM 方法针对航天器在轨情况下重建动态磁场的的能力, 本文模拟 Taiji-2 在轨磁源变化情况对不同方法进行了磁场重建评估, MSBCM 方法重建 TM1 敏感轴方向的磁场波动和磁场梯度波动加速度噪声的均方根误差分别为  $1.68 \times 10^{-17} \text{ (m/s}^2/\text{Hz}^{1/2})$  和  $4.00 \times 10^{-17} \text{ (m/s}^2/\text{Hz}^{1/2})$ 。此外, MSBCM 在重建 TM2 敏感轴方向的磁场波动和磁场梯度加速度噪声的均方根误差仅次于距离加权法, 分别为  $1.72 \times 10^{-16} \text{ (m/s}^2/\text{Hz}^{1/2})$  和  $2.93 \times 10^{-16} \text{ (m/s}^2/\text{Hz}^{1/2})$ 。最后本文进行了消融实验, 验证了 MSBCM 中 ReMLP 结构的有效性以及 LM 算法能够加快模型收敛的优势。

#### 参考文献:

- [1] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. *Physical review letters*, 2016, 116(6): 061102.
- [2] WANNER G. Space-based gravitational wave detection and how LISA Pathfinder successfully paved the way[J]. *Nature Physics*, 2019, 15(3): 200-202.
- [3] SALA L. Residual test mass acceleration in LISA Pathfinder: in-depth statistical analysis and physical sources[J]. 2023.
- [4] ZHANG H, XU P, YE Z, et al. A systematic approach for inertial sensor calibration of gravity recovery satellites and its application to Taiji-1 mission[J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(15): 3817.
- [5] 宋长孝, 于信, 白素平, 等. 光轴稳定探测系统无热化光机结构设计[J]. *中国光学*, 2024, 17(4): 909-920.  
SONG CH X, YU X, BAI S P, et al. Design of athermalization optical machine structure for optical axis stability detection system[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(4): 909-920. (in Chinese)
- [6] 郭蕊香, 贾晓军, 谢常德, 等. 实用化多功能光压缩器[J]. *物理学报*, 2002, 51(6): 1262-1267.  
GUO R X, JIA X J, XIE CH D, et al. Compact nonclassical light source——“Squeezer”[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(6): 1262-1267. (in Chinese)
- [7] CAIZARES P, CONCHILLO A, GARCÍA-BERRO E, et al. The diagnostics subsystem on board lisa pathfinder and lisa[J]. *Classical & Quantum Gravity*, 2009, 26(9): 094005.
- [8] MATEOS I, DIAZ-AGUILÓ M, GESA L, et al. Magnetic field measurement using chip-scale magnetometers in eLISA[C]. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2015, 610(1): 012028.
- [9] MATEOS I, RAMOS-CASTRO J, LOBO A. Low-frequency noise characterization of a magnetic field monitoring system using an anisotropic magnetoresistance[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, 235: 57-63.
- [10] DIAZ-AGUILÓ M, GARCÍA-BERRO E, LOBO A. Theory and modelling of the magnetic field measurement in LISA Pathfinder[J]. *Classical and quantum gravity*, 2010, 27(3): 035005.
- [11] MATEOS I, DÍAZ-AGUILÓ M, RAMOS-CASTRO J, et al. Interpolation of the magnetic field at the test masses in eLISA[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2015, 32(16): 165003.
- [12] LIU B, YANG Z, QIANG L, et al. Magnetic field recovery technique based on distance weighting multipole expansion method [J]. *Europhysics Letters*, 2023, 143(5): 59003.
- [13] SPANTIDEAS S T, CAPSALIS C N. Validation of a source identification method for prediction of low-frequency magnetic fields in space missions[J]. *IEEE Magnetism Letters*, 2017, 9: 1-5.

- [14] TROUGNOU L. Ecss space systems electromagnetic compatibility handbook[C]. 2012 ESA Workshop on Aerospace EMC. IEEE, 2012: 1-6.
- [15] TSATALAS S, VERGOS D, SPANTIDEAS S T, et al. A novel multi-magnetometer facility for on-ground characterization of spacecraft equipment[J]. *Measurement*, 2019, 146: 948-960.
- [16] JACKSON J D. Classical electrodynamics[M]. American Association of Physics Teachers, 1999.
- [17] 柴国志, 黄亮, 乔亮, 等. 星上剩磁对惯性传感器的影响[J]. *中国光学*, 2019, 12(3): 515-525.  
CHAI G ZH, HUANG L, QIAO L, et al. Effect of the on-board residual magnetism on inertial sensors[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 515-525. (in Chinese)
- [18] VITALE S. Effect of eddy currents on down-conversion of magnetic noise[J]. *Memo LISA Technology Package*, 2007.
- [19] TROUGNOU L. Ac magnetic susceptibility of lisapf test masses[R]. Tech. Rep. S2-EST-TN3013, ESTEC, 2007.
- [20] FERTIN D, TROUGNOU L. LisaPF test masses acceleration noise due to eddy currents[R]. Tech. Rep. S2-EST-TN-2016, ESTEC, 2007.
- [21] YANG F, BAI Y, HONG W, et al. A charge control method for space-mission inertial sensor using differential UV LED emission[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2020, 91(12).
- [22] SUMNER T J, MUELLER G, CONKLIN J W, et al. Charge induced acceleration noise in the LISA gravitational reference sensor[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2020, 37(4): 045010.
- [23] TASKINEN J, YLIRUUSI J. Prediction of physicochemical properties based on neural network modelling[J]. *Advanced drug delivery reviews*, 2003, 55(9): 1163-1183.
- [24] DIAZ-AGUILO M, LOBO A, GARCÍA-BERRO E. Neural network interpolation of the magnetic field for the LISA Pathfinder Diagnostics Subsystem[J]. *Experimental Astronomy*, 2011, 30: 1-21.
- [25] XU L. A proportional differential control method for a time-delay system using the Taylor expansion approximation[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, 236: 391-399.
- [26] SHEVTSOVA I. On the accuracy of the approximation of the complex exponent by the first terms of its Taylor expansion with applications[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2014, 418(1): 185-210.
- [27] LU G Y, WONG D W. An adaptive inverse-distance weighting spatial interpolation technique[J]. *Computers & geosciences*, 2008, 34(9): 1044-1055.
- [28] ALAEE R, ROCKSTUHL C, FERNANDEZ-CORBATON I. An electromagnetic multipole expansion beyond the long-wavelength approximation[J]. *Optics Communications*, 2018, 407: 17-21.
- [29] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep residual learning for image recognition[C]. Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2016: 770-778.
- [30] RANGANATHAN A. The levenberg-marquardt algorithm[J]. *Tutorial on LM algorithm*, 2004, 11(1): 101-110.
- [31] CHEN T, GUESTRIN C. Xgboost: A scalable tree boosting system[C]. Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining. 2016: 785-794.
- [32] MATEOS I, DIAZ-AGUILÓ M, GIBERT F, et al. Magnetic back action effect of magnetic sensors for eLISA/NGO[J]. *nTm*, 2013, 3(1 S 1): 2.
- [33] STONE E C, FRANDSEN A M, MEWALDT R A, et al. The advanced composition explorer[J]. *Space Science Reviews*, 1998, 86: 1-22.
- [34] KESKAR N S, SOCHER R. Improving generalization performance by switching from adam to sgd[J]. arXiv preprint arXiv:1712.07628, 2017.



**通讯作者简介:** 李华旺(1973-), 男, 江西都昌人, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事卫星系统总体设计、信息处理、综合电子系统等方面的研究。E-mail: lihw@microsat.com



**第一作者简介:** 刘野(1999-), 男, 江苏徐州人, 博士生, 主要从事航天器工程和航天器磁洁净方面的研究。  
E-mail: [lauye@mail.ustc.edu.cn](mailto:lauye@mail.ustc.edu.cn)

in press