

# 复制高精度大光栅盘时支撑板的力学分析

苏东风<sup>1,2</sup>, 续志军<sup>1</sup>, 韩旭东<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;  
2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:**为了复制高精度、大直径薄光栅盘,对曝光装置中影响感光条件的支撑板进行了受力分析。将支撑板的力学分析归结为边界简支的圆形薄板的小挠度问题,通过理论计算得到了支撑板的挠度和厚度的计算关系式,为设计支撑板提供了理论依据。根据理论推导,选择旋转式曝光装置,采用直径为1 000 mm、厚度为40 mm的支撑板,研制出了较高精度的大直径薄光栅盘,其最大直径误差为0.47",均匀性误差为8%,满足了使用要求。

**关键词:**高精度光栅;挠度;厚度

**中图分类号:** TP212.12; TH741.2 **文献标识码:** A

## Mechanics analysis of bearing board when reproducing supreme diameter and high precision grating

SU Dong-feng<sup>1,2</sup>, XU Zhi-jun<sup>1</sup>, HAN Xu-dong<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;  
2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** To reproduce the supreme diameter and high precision grating, the mechanical properties of bearing board in exposure equipment for reproducing grating was analyzed. By summing up the mechanical analysis on bearing board into a flexibility problem, the formula of the relationship between flexibility and thickness was deduced by theoretical calculation. On the basis of the formula, an exposure equipment with bearing board in thickness of 40 mm and diameter of 1 000 mm was used to reproduce a high precision and large diameter thin grating successfully, experimental results show that the biggest diameter error and uniformity error of the grating is 0.47" and 8%, respectively, which can meet the requirement for angle measurement system.

**Key words:** high precision grating; flexibility; thickness

## 1 引言

大直径光栅盘是光栅盘中线数较多、精度较

高、直径较大的一种,它往往应用于测角精度很高、中小光栅盘或感应同步器等其他测角装置无法胜任的场合<sup>[1]</sup>。研制大直径光栅盘的关键是要在刻线总数很大的情况下保证得到很高的精

度, 从而使其具备一般中小光栅盘或其他测角元件无法取代的优点。为了复制外径为 430 mm、厚度为 12 mm 的薄光栅盘, 本文采用旋转式曝光装置进行实验, 其光源为高压水银灯。由于光栅毛坯很薄, 容易发生变形, 光栅毛坯和母版以及母版和支撑板之间必须接触良好, 若有空隙, 漫反射光会造成不应感光的地方感光, 结果使线条发生变化, 影响光栅的均匀性。因此, 支撑板是曝光装置中的重要设备, 本文对其进行了力学分析, 得到了挠度和厚度的计算关系式, 为设计支撑板提供了理论依据。

## 2 支撑板变形分析

本文采用的曝光装置如图 1 所示, 其中支撑板用于承载母版、复制光栅毛坯和其他负荷。由于复制光栅毛坯为大直径薄光栅, 容易产生形变, 因此, 光栅毛坯和母版以及支撑板要接触良好, 否则漫反射光会影响曝光的均匀性。为了保证母版的表面质量以及厚度, 有必要对支撑板进行力学分析, 确保其变形不影响光栅的均匀性。

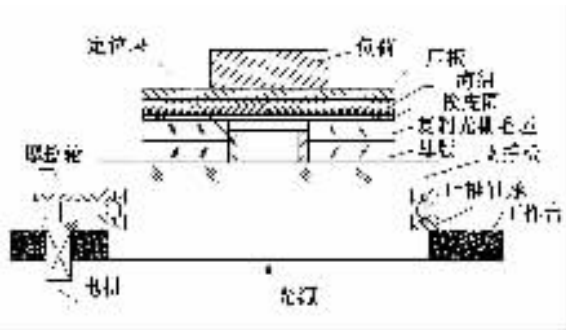


图 1 曝光装置示意图

Fig. 1 Exposure equipment

根据弹性力学理论, 当板厚和板内最小特征尺寸之比在 1/80 和 1/5 之间时称为薄板。如果挠度和板厚之比小于或者等于 1/5, 可认为属于小挠度问题。如果薄板的厚度远小于薄板的平面尺寸, 完全可以略去某些非重要因素而引用一些能够简化理论的假设, 工程实践证明其造成的误差并不会有任何实际影响。由于本实验中支撑板板厚与直径之比在薄板的范畴内, 因此对支撑板的力学分析可以归结为边界简支的圆形薄板的

小挠度问题分析。

对于圆形玻璃薄板, 采用极坐标求解比较简单。在极坐标中板的挠度和横向荷载都看作为极坐标  $r$  和  $\theta$  的函数, 即  $w = w(r, \theta)$ ,  $q = q(r, \theta)$ 。假设支撑板受到的是近于均布荷载, 且横向荷载  $q$  对称于中心  $Z$  轴, 则  $q$  和  $w$  仅是  $r$  的函数, 而与  $\theta$  无关, 在均布荷载  $q = q_0$  时, 其弯曲基本方程为<sup>[2]</sup>:

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \cdot \frac{dw}{dr} = \frac{q_0}{D}, \quad (1)$$

式中  $D$  为支撑板的抗弯刚度。式(1)通解为:

$$w = A_0 + B_0 r^2 + C_0 \ln r + D_0 r^2 \ln r + \frac{q_0 r^4}{64D}, \quad (2)$$

式中  $A_0, B_0, C_0, D_0$  为待定常数。

因为在  $r=0$  时, 挠度  $w$  为有限值, 从而可以得到  $C_0 = D_0 = 0$ , 因此有:

$$w = A_0 + B_0 r^2 + \frac{q_0 r^4}{64D}, \quad (3)$$

若  $M_r, Q_r$  表示为半径  $r$  上的横截面上的弯矩和横向剪力, 则可以导出:

$$M_r = -2(1+r)DB_0 - \frac{(3+r)}{16}q_0 r^2, \quad (4)$$

$$Q_r = -\frac{q_0 r}{2}, \quad (5)$$

由边界条件可知在  $r=a$  ( $a$  为支撑板最大半径) 时  $w=0, M_r=0$ , 则可以得到:

$$\left. \begin{aligned} A_0 + B_0 a^2 + \frac{q_0 a^4}{64D} &= 0 \\ -2(1+v)DB_0 - \frac{(3+v)}{16}q_0 a^2 &= 0 \end{aligned} \right\} (6)$$

式(6)中  $v$  为泊松比, 解之有:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{q_0 a^4(5+v)}{64D(1+v)} \\ B_0 &= -\frac{q_0 a^2(3+v)}{32D(1+v)} \end{aligned} \right\} (7)$$

由此可以得到挠度、弯矩和剪力的计算公式:

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{q_0 a^4}{64D} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \left[ \frac{5+v}{1+v} - \frac{r^2}{a^2} \right] \\ M_r &= \frac{q_0 a^2}{16} \left[ (3+v) - (1+3v) \frac{r^2}{a^2} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$Q_r = -\frac{q_0 r}{2}, \quad (8)$$

从而可以知道支撑板的最大挠度和最大弯矩在板中心( $r=0$ )处为:

$$w = \frac{q_0 a^4 (5 + \nu)}{64D(1 + \nu)} = \frac{3q_0 a^4 (5 + \nu)(1 - \nu)}{16Eh^3(1 + \nu)}$$

$$M_r = \frac{q_0 a^2}{16}(3 + \nu), \quad (9)$$

母版、光栅毛坯和其他负荷总重量约为 20 kg,支撑板最大半径  $a$  设计为 500 mm,可以推出均布荷载  $q_0$  约为 253 Pa,K9 玻璃的弹性模量  $E$  为  $8\,132 \times 10^7$  Pa,泊松比  $\nu$  为 0.209,则由(9)可以导出关系式(10):

$$wh^3 = 12.44\text{mm}^4, \quad (10)$$

支撑板的挠度  $w$  和厚度  $h$  关系曲线如图 2 所示,根据经验,支撑板中心最大弯曲变形最好  $< 0.001$  mm,即可根据式(10)推导出支撑板厚度至少需要 23.2 mm。本文采用了厚度为 40 mm 的支撑板,并且保证其表面抛光良好。

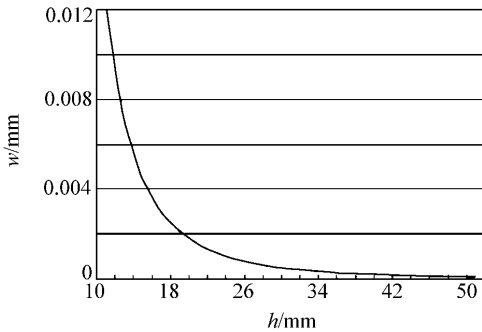


图 2 支撑板挠度和厚度关系曲线图

Fig. 2 Relationship between flexibility and thickness for bearing board

### 3 实验结果

通过上述分析,在曝光装置采用厚度为 40 mm、直径为 1 000 mm 支撑板的条件下,实验复制出了较高精度的光栅盘,其外径为  $\phi 430$  mm、内径为  $\phi 318$  mm、厚度为 12 mm,并成功应用于高精度标定转台。光栅盘的直径误差曲线如图 3 所

示,其最大直径误差( $D_E$ )为  $0.47''$ ;均匀性误差( $U_E$ )曲线如图 4 所示(该曲线是实际测量时记录下的曲线,纵坐标为信号电平格值),均匀性误差为 8% 左右。实验结果表明,复制出的大光栅盘精度较高,可满足使用要求。

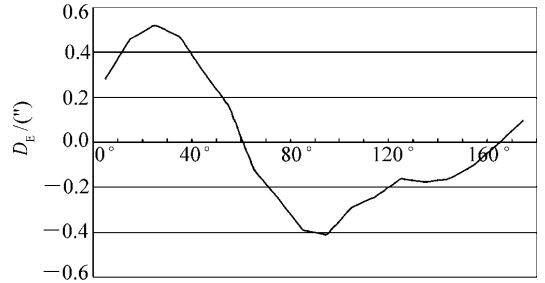


图 3 光栅盘直径误差曲线

Fig. 3 Diameter error of grating

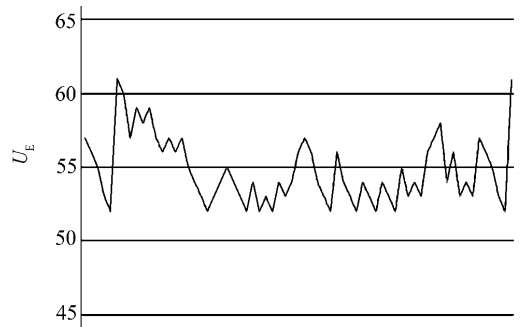


图 4 光栅盘均匀性误差曲线

Fig. 4 Uniformity error of grating

### 4 结 论

支撑板是曝光装置中的重要设备,本文对其进行了力学分析,推导出了厚度和挠度的计算关系式和曲线图,为设计支撑板提供了理论依据。当曝光装置采用表面抛光良好,厚度为 40 mm、直径为 1 000 mm 的支撑板时,复制出了满足使用要求的高精度大光栅盘。本文只是对支撑板的力学特性进行了分析,下一步的工作将针对薄光栅毛坯和母板之间应该接触良好,开展对薄光栅毛坯的计算力学分析,研究其表面形状误差对复制精度的影响。

## 参考文献:

- [1] 邹自强,史淑华,杨玉生.高精度大光栅盘的研制[J].光学机械,1983(2):63-64.  
ZOU Z Q,SHI SH H,YANG Y SH. The manufacture of high precision and big grating[J]. *Opt. Mech.*,1983(2):63-64.(in Chinese)
- [2] 王光钦.弹性力学[M].北京:中国铁道出版社,2004.  
WANG G Q. *Elasticity Mechanics*[M]. Beijing:China Railway Press,2004.(in Chinese)
- [3] 汪国孝,温忠义,何复兴等.大面积码盘、光栅盘虫胶复制镀铬技术[J].光学机械,1983(2):57-62.  
WANG G X,WEN ZH Y,HE F X *et al.*. The shell-lac reproducibility chromeplate technique of supreme diameter coder board and grating[J]. *Opt. Mech.*,1983(2):57-62.(in Chinese)
- [4] 张红胜,冯长友.光电定角比相法检测圆光栅测量精度的提高[J].光学精密工程,2000,8(5):482-486.  
ZHANG H SH,FENG CH Y. Improvement of measurement precision of circular raster by photoelectric phase-comparing method for angle positioning[J]. *Opt. Precision Eng.*,2000,8(5):482-486.(in Chinese)
- [5] 费业泰.误差理论与数据处理[M].北京:机械工业出版社,2005.  
FEI Y T. *Error Principle and Data Processing*[M]. Beijing:Mechanics Industry Press,2005.(in Chinese)

作者简介:苏东风(1978—),男,河南睢县人,助理研究员,博士研究生,主要从事光电传感技术的研究。E-mail:icc\_sdf@126.com。

续志军(1953—),男,山东汶上人,研究员,博士生导师,主要从事光电传感技术和计算机测控系统的研究。